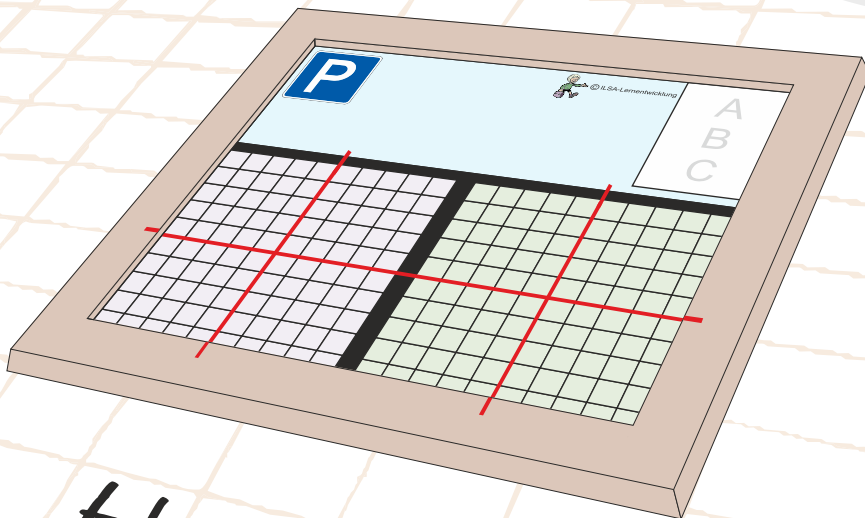
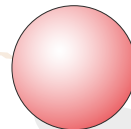
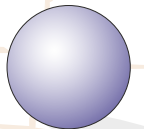
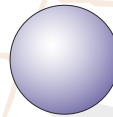
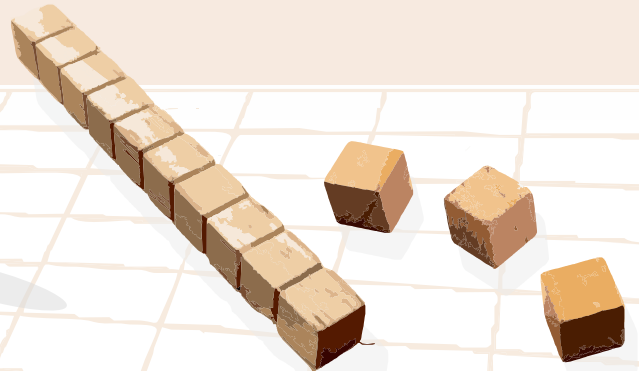
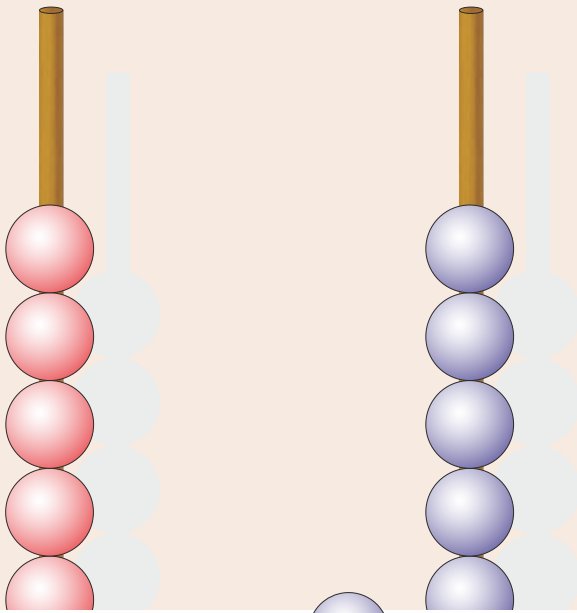
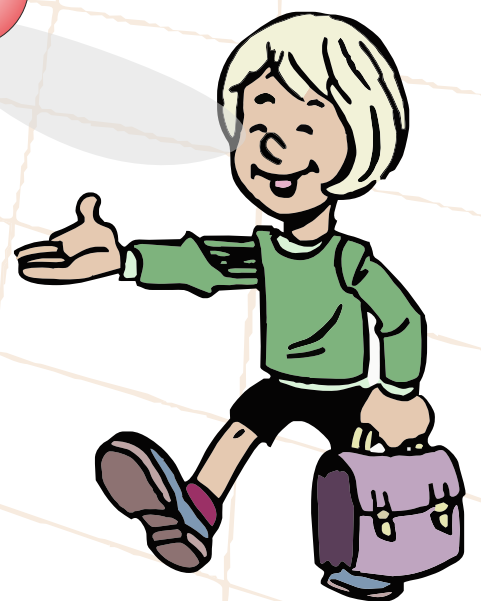




H Z E
1 0 0

Unterrichts- planung



Das LehrerInnenhandbuch
mit zusätzlichen Übungen
und Lernzielkontrollen

1. Auflage

Herausgeber:

ILSA Lernentwicklung
Hattinger Straße 246-248
44795 Bochum

www.ILSA-Lernentwicklung.de

Info@ILSA-Lernentwicklung.de

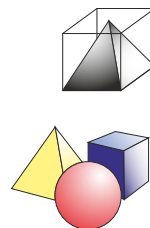
Bussebaum@ILSA-Lernentwicklung.de

Hoffmann@ILSA-Lernentwicklung.de

Entwicklung:

MATHEMATISCH LERNTHERAPEUTISCHES ZENTRUM
Dortmund - Bochum - Lüdenscheid

Mathematisch Lerntherapeutisches Institut
Düsseldorf

**Die Autoren von ILSA:**

Christian Bussebaum (Kinder- und Jugendlichenpsychotherapeut, Integrativer Dyskalkulietherapeut FH)
Wolfgang Hoffmann (Ausbildungsleitung der ILSA Lernentwicklung, Integrativer Dyskalkulietherapeut FH)
Klaus Dieter Stemler † (Kinder- und Jugendlichenpsychotherapeut, Integrativer Dyskalkulietherapeut FH)

Handbuch zum Arbeitsheft ...



Vorwort

Mit dem ILSA Arbeitsheft 2 zum Stellenwertsystem/Zahlenraum 100

Liebe Lehrerinnen und Lehrer,

nach der Abkehr vom zählenden Rechnen, dem Begreifen von Kardinalzahlen und deren im Zahlenraum bis 10 innewohnenden Strukturen sowie des Zusammenhangs von Addition und Subtraktion im Sinne des Teile-Ganzes-Konzeptes, was alles Inhalte von ILSA 1 sind, die im Arbeitsheft 1 trainiert werden, stellt das Stellenwertsystem und das mit ihm einhergehende Rechnen mit zweistelligen Zahlen die zentrale Hürde für Kinder beim Erlernen des Rechnens dar. Für uns war immer nur schwer nachvollziehbar, dass sich Mathematikbücher und auch Übungshefte sehr beiläufig mit dem Aufbau kardinal-dekadischer Zahlen und dem Wertigkeitsgedanken beschäftigen haben, obwohl Probleme beim Kopfrechnen im Zahlenraum bis 100 nicht selten vorkommen.

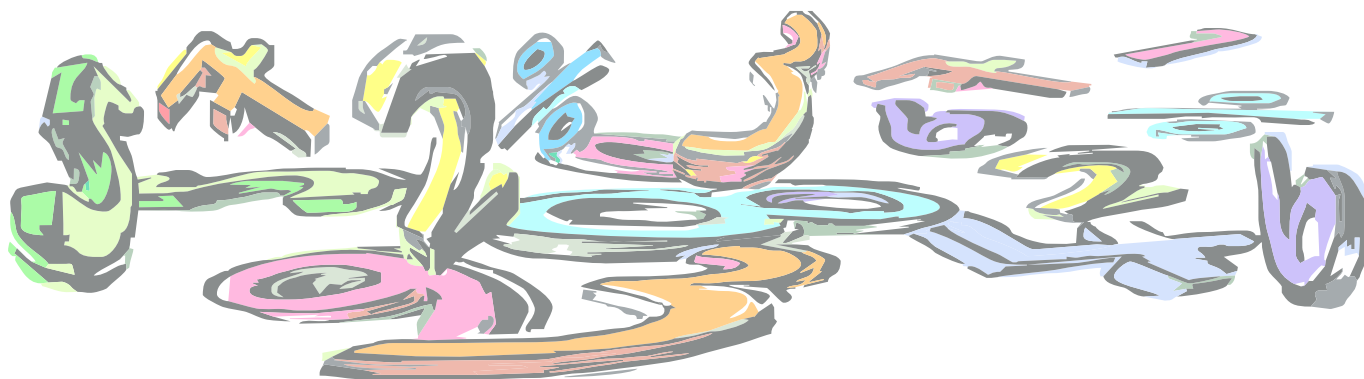


Diese wollen wir mit diesem Arbeitsheft 2 und den dazugehörigen Unterrichtsmaterialien so gering wie möglich halten und andererseits lernstärkeren Schülern herausfordernde Anreize zum mathematischen Denken bieten: Materialien und ein Arbeitsheft, das sich umfänglich dem Zahlaufbau von 10 bis 100 und dem Zusammenhang von Einern und Zehnern widmet.

Sie können dieses Arbeitsheft - ergänzt um die entsprechenden Materialien – bereits im ersten oder aber zu Beginn des zweiten Schuljahres zum Einsatz bringen, ebenso können Sie es auch in der Förderung in höheren Klassen einsetzen. Dieses Schüler-Arbeitsheft dient bei allen bildlichen, anschaulichen und Handlungen nahelegenden Darstellungen der Übung. Die Erarbeitung des Verständnisses, die grundlegenden Handlungen, das auch für lernstarke Schüler außerordentlich wichtige Arbeiten mit Material und die entsprechenden Versprachlichungen finden im Unterricht statt.

Wir wünschen ein erfolgreiches, angenehmes Arbeiten mit dem Arbeitsheft 2 ILSA SWS.

Das Team der ILSA Lernentwicklung im Mai 2020





Inhalt

		08
		09
	Bastelanleitungen & Einkaufsliste	09
Modul 2	Zusatzübungen und Erläuterungen zum Arbeitsheft 2	
	Spielverlauf - Das ILSA-Tierlexikon	12
	Spielverlauf - Gesund & lecker?	
	Spielverlauf - Sport, Spiel, Handwerk und Musik	13
M 2.1	Wir lernen bis 100 zählen:	16
Übungen 1/2	Zehner-Zahlen nachschreiben und lesen	16
Übungen 2/2	Zehner-Zahlen ergänzen	17
Übungen 3/2	Zehner-Zahlen ergänzen - vorwärts & rückwärts	18
Übungen 4/2	Zehner-Zahlen und Zahlnamen ergänzen - vorwärts & rückwärts	19
M 2.2	Tauschprozesse	20
M 2.2.1	Zusätzliche Übungen	20
Übungen 5/3 & 5/4	Kugeln: Zweistellige Zahlen schreiben und vergleichen (ohne Tauschprozesse, ohne Nullen)	20
Übungen 6/2 & 6/3	Kugeln: Zweistellige Zahlen schreiben und vergleichen (ohne Tauschprozesse, mit Nullen)	22
Übungen 7/2 & 7/3	Kugeln: Zweistellige Zahlen schreiben und vergleichen (ohne Tauschprozesse, mit Nullen)	24
Übungen 8/2 & 8/3	Kugeln: Zweistellige Zahlen aus einer Auswahl erkennen (ohne Tauschprozesse, ohne Nullen)	26
Übungen 9/2 & 9/3	Kugeln: Zweistellige Zahlen aus einer Auswahl erkennen (ohne Tauschprozesse, mit Nullen)	28
Übungen 10/2 & 10/3	Kugeln: Zweistellige Zahlen aus einer Auswahl erkennen (mit Tauschprozessen - 2 Einer-Stangen)	30
Übungen 11/2 & 11/3	Kugeln: Zweistellige Zahlen aus einer Auswahl erkennen (mit Tauschprozessen - 3 Einer-Stangen)	32
M 2.2.2	Zusätzliche Übungen	34
Übungen 12/2 & 12/3	Dienes: Zweistellige Zahlen schreiben und einzeichnen (ohne Tauschprozesse, nur volle Zehner)	34
Übungen 13/2 & 13/3	Dienes: Zweistellige Zahlen schreiben und einzeichnen (ohne Tauschprozesse, Einer und Zehner)	36
Übungen 14/3 & 14/4	Dienes: Zweistellige Zahlen schreiben und einzeichnen (mit Tauschprozessen, T2 nur Einer)	38
Übungen 15/3 & 15/4	Dienes: Zweistellige Zahlen schreiben und einzeichnen (mit Tauschprozessen, T2 nur Einer)	40
Übungen 16/3 & 16/4	Dienes: Zweistellige Zahlen schreiben und einzeichnen (mit & ohne Tauschprozessen, T2 Einer und Zehner)	42
Übungen 17/3 & 17/4	Dienes: Zahldarstellungen ikonisch vergleichen (mit & ohne Tauschprozessen)	44

Inhalt

M 2.3	Packen und Bündeln – Anwendungen	46
M 2.3.3	In der Molkerei	46
Übungen	Zweistellige Anzahlen erkennen – offener Deckel	46
Übungen	Zweistellige Anzahlen erkennen – geschlossener Deckel	47
Übungen	Auf vollen Zehner auffüllen	48
M 2.4	Die Analogien der Materialien	50
Übungen 23/2 & 23/3	Kugeln/Dienes: Zweistellige Zahlen vergleichen (ohne Tauschprozesse, ohne volle Zehner, $Z > Z - E > E$)	50
Übungen 24/2 & 24/3	Kugeln/Dienes: Zweistellige Zahlen vergleichen (ohne Tauschprozesse, mit vollen Zehnern, $Z > Z$)	
Übungen 25/2 & 25/3	Kugeln/Dienes: Zweistellige Zahlen vergleichen (ohne Tauschprozesse, ohne volle Zehner, $Z > Z - E = E$)	
Übungen 26/2 & 26/3	Kugeln/Dienes: Zweistellige Zahlen vergleichen (ohne Tauschprozesse, $Z < Z - E > E$)	
Übungen 27/3 & 27/4	Kugeln/Dienes: Zweistellige Zahlen vergleichen (mit Tauschprozessen, einseitig)	
Übungen 28/3 & 28/4	Kugeln/Dienes: Zweistellige Zahlen vergleichen (mit Tauschprozessen, einseitig und zweiseitig)	
M 2.5	Ein Dieb in der Schulbücherei	
Übungen 29/3 & 29/4	Vorgänger, Nachfolger, Nachbarzehner	
Übungen 30/3 & 30/4	Vorgänger, Nachfolger, Nachbarzehner	
Übungen 31/3 & 31/4	Vorgänger, Nachfolger, Nachbarzehner	
M 2.6	Einstufige Rechenprozesse – Dekadische Verknüpfungen	
Übungen 32/2	Addition, synthetisch, T1 zweistellig, T2 einstellig	
Übungen 33/2	Addition, synthetisch, T1 einstellig, T2 zweistellig	
Übungen 34/2	Subtraktion, synthetisch, T1 zweistellig, T2 einstellig	
Übungen 35/2	Subtraktion, synthetisch, T1 zweistellig, T2 zweistellig	
Übungen 36/3 & 36/4	Addition & Subtraktion, synthetisch, kombiniert	
Übungen 37/3 & 37/4	Addition & Subtraktion, analytisch 1 & 2, kombiniert	
Übungen 38/3 & 38/4	Addition & Subtraktion, synthetisch, analytisch 1 & 2, kombiniert	

Inhalt

M 2.7 Kannst du es schon? – Lernzielkontrollen 78

Lernzielkontrollen.....

Lernzielkontrollen.....

Lernzielkontrollen.....

Dr. Michael Wehrmann.....

Das Dezimalsystem



Ein ganz herzliches Dankeschön für die
Betreuung, Kritik und konstruktive
Mitarbeit geht an:

Daniela Keppeler
Kirsten Jares



Soest

Uta Nowok



Dorsten

Frau Terveer



Astrid Lindgren Grundschule

Erkelenz

Liebe Lehrerinnen und Lehrer,

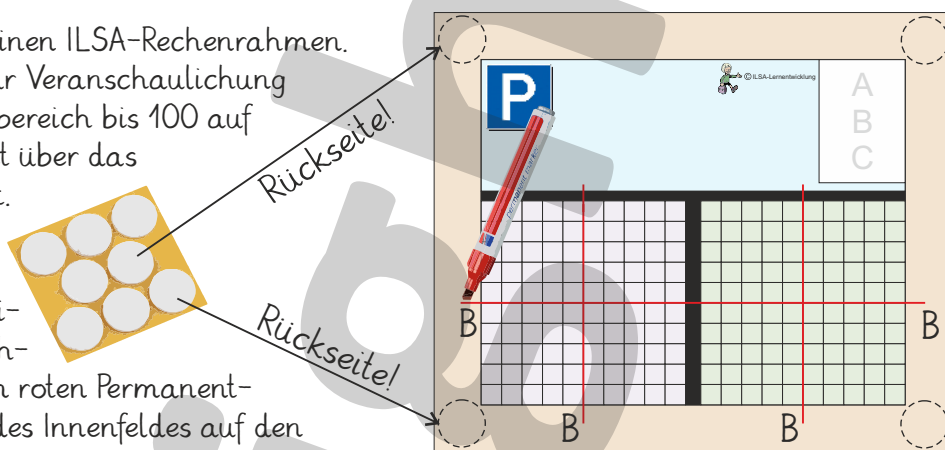
das ILSA-Arbeitsheft 2 erfordert ein wenig Ihre Mithilfe. Die Materialien sind punktgenau auf das Arbeitsheft abgestimmt, können so also fertig nicht im Handel bezogen werden. Sie müssen Sie bei der ILSA-Lernentwicklung bestellen.

Bei der Unterrichtsplanung und -durchführung gehen wir von 6er-Tischen aus. Jeder Tisch sollte wie folgt ausgestattet sein:

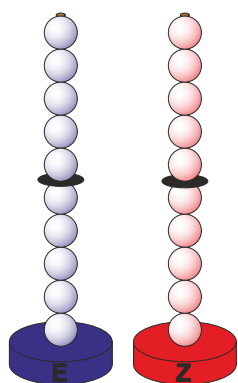
Jedes der 6 Kinder bekommt einen ILSA-Rechenrahmen. Dieser Rechenrahmen dient zur Veranschaulichung aller Rechenprozesse im Zahlbereich bis 100 auf enaktiver Ebene, wird also weit über das Arbeitsheft ILSA-SWS benötigt.

Wenn Sie den Rechenrahmen erhalten, müssen Sie noch einige wenige "Endarbeiten" vornehmen: Verlängern Sie mit einem roten Permanentfilzschreiber die roten Linien des Innenfeldes auf den Außenrahmen des Rechenrahmens an den Stellen B.

Kleben Sie auf der Rückseite des Rechenrahmens jeweils einen Filzgleiter in die Ecken. Nehmen Sie dazu KEINE rutschfesten Filzgleiter! Der Rechenrahmen muss sich auf dem Tisch verschieben lassen.



Pro 6er-Tisch benötigen Sie das entsprechende Dienes-Material: 60 Zehnerstangen und 100 Einer-Würfel. Nehmen Sie das Holzmaterial, kein farbiges Plastikmaterial.



Jeder Tisch (= jede Spielgruppe in der Klasse) benötigt einen Ständer (blau) für die Einer-Kugeln und einen Ständer (rot) für die Zehnerkugeln. Geht man von 5 Spielgruppen aus, benötigen Sie entsprechend 5 Zehner- und 5 Einer-Ständer.

Dazu benötigen Sie die entsprechenden Holzkugeln in den gleichen Farben. Für die Spiele brauchen Sie einen Karton mit 50 roten und einen Karton mit 100 blauen Holzkugeln. Das ist dann ausreichend für 5 Spielgruppen.

Holzkugeln und Ständer erhalten Sie bei der ILSA-Lernentwicklung.

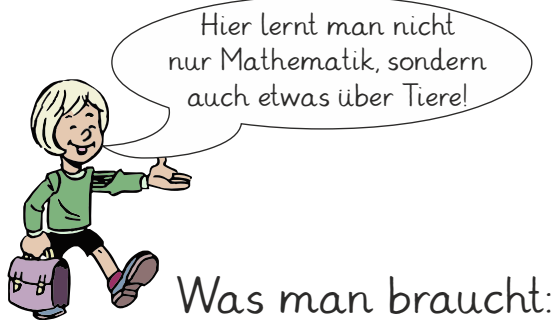


Die Ständer werden ohne Mittelmarkierung sowie Mittelscheibe und ohne das E für Einer und das Z für Zehner geliefert.

Markieren Sie mit einem schwarzen Permanentfilzschreiber die Mitte des Holzstabes (A). Mit dem gleichen Stift malen Sie bitte ein E und ein Z auf den entsprechenden Ständer (E=blau und Z=rot - nicht verwechseln) (B).

Für jeden Ständer benötigen Sie eine Plastikunterlegscheibe mit einer Bohrungsöffnung von 8 mm zur Mittenmarkierung der Kugeln.



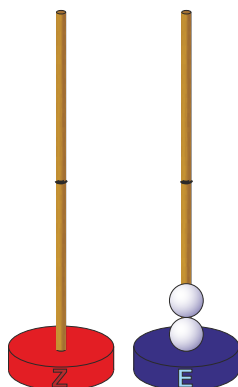


Der Spielablauf:

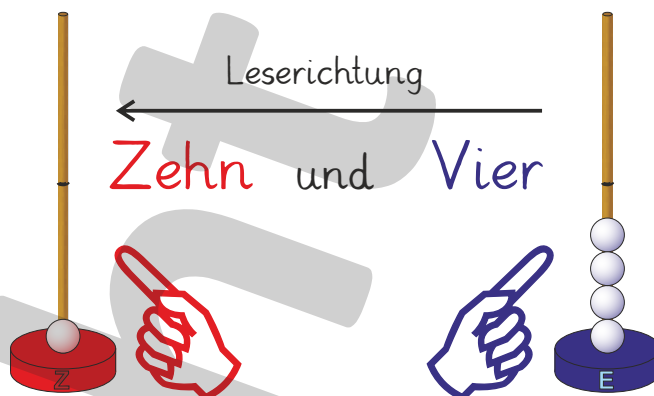
- Bestimmen Sie zunächst die Anzahl der Spielgruppen. Maximal können es 5 sein. Die Anzahl der Kinder pro Gruppe können Sie frei wählen.
- Jede Gruppe bekommt einen Einer- und einen Zehner-Ständer.
- Stellen Sie die Schachtel mit den blauen Kugeln und die Bank mit den roten Kugeln für die Kinder gut erreichbar auf einen Tisch. Sie bedienen die beiden Schachteln. (Man kann dafür auch ein Kind auswählen, das dann aber nicht mitspielt.)
- Teilen Sie nun die Antwortkarten A, B und C aus. Jede Gruppe erhält die drei Karten. Ein Kind wird in jeder Gruppe ausgesucht, das die Antwortkarten bedient und sich ggf. die Punkte abholt.
- Stellen Sie den Kurzzzeitmesser auf eine Minute (andere Zeitintervalle sind möglich). Präsentieren Sie nun die erste Frage. Zeigen Sie sie entweder als laminierte Druckvorlage oder projizieren Sie sie mit dem Smartboard oder einem Beamer.
- Lesen Sie den Kindern die Frage vor.
- Zeigen Sie den Kindern nun die Fragekarte mit den Antwortmöglichkeiten.
- Lesen Sie ggf. die Frage nochmals vor und dazu dann die Antworten A, B und C.
- Geben Sie nun das Startsignal für die Entscheidung. Schalten Sie den Kurzzzeitmesser an. (Am besten, man probiert den Kurzzzeitmesser einmal mit den Kindern vorher aus, damit sie ein Gefühl dafür bekommen, wie lange sie Zeit haben.) Sagen Sie den Kindern nach Ablauf der Hälfte der Zeit und ca. zehn Sekunden vor dem Ende Bescheid (die Kinder trainieren so auch ihr Zeitgefühl). Sie können auch längere Zeiten wählen.
- Wenn der Kurzzzeitmesser klingelt, muss sich jede Gruppe für eine Antwort entschieden haben. Das ausgewählte Kind hält dann den entsprechenden Buchstaben für die Antwort seiner Gruppe hoch. Zeigen Sie den Kindern dann die richtige Antwort.
- Diejenigen Spielgruppen, die die richtige Antwort gefunden haben, kommen nun zu den Schachteln und nehmen sich für einen Punkt eine blaue Kugel. Für diese Beispielfrage gab es 2 Punkte.

Die blauen Kugeln kommen nun auf den blauen Ständer. So sieht es auf dem Tisch der Gruppe aus:

10) Ermitteln Sie nach der zweiten Fragestellung zusammen mit den Kindern ein Zwischenergebnis. Die Kinder müssen verstehen, dass jede blaue Kugel einen Punkt bedeutet. Dementsprechend ist die Anzahl der blauen Kugeln auch die Anzahl der Punkte. Dieser Gedanke muss bei allen Kindern installiert sein.

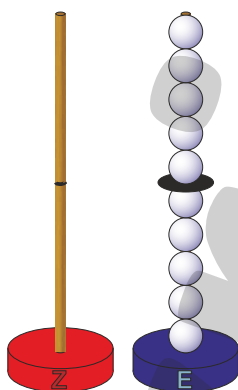


danach auf die roten Kugeln: „Das sind ...



11) Im Verlaufe des Spiels wird sehr schnell die Situation eintreten, dass auf den blauen Ständer keine Kugeln mehr passen. Das sieht dann so aus:

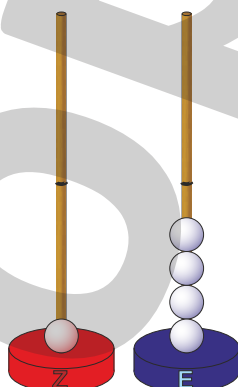
Da es noch weitere Punkte (also blaue Kugeln) zu verteilen gibt, muss Platz auf dem blauen Ständer geschaffen werden.



12) Weisen Sie die Kinder nun wie folgt an:

„Wenn euer blauer Punkteständer voll ist, bekommt ihr für den vollen Ständer bei mir (der Bank) dafür eine rote Kugel. Die ist genauso viele Punkte wert, wie eure zehn blauen Kugeln. Ihr könnt also bei mir die zehn blauen Kugeln gegen eine rote Kugel eintauschen.“

13) Nachdem die Beispielgruppe ihre zehn blauen Kugeln gegen eine rote Kugel getauscht hat, können jetzt die vier übrigen Kugeln auf den blauen Ständer geschoben werden. Das sieht dann so aus:



14) Wenn alle Kinder mindestens einmal ihre blauen Kugeln eingetauscht haben, fragen Sie bei jeder Gruppe nach dem Punktestand:

„Wer ist denn jetzt in Führung?“
„Wie viele Punkte habt ihr auf dem blauen Stab?“

Antwort: „Vier!“

„Wie viele Punkte habt ihr auf dem roten Stab?“

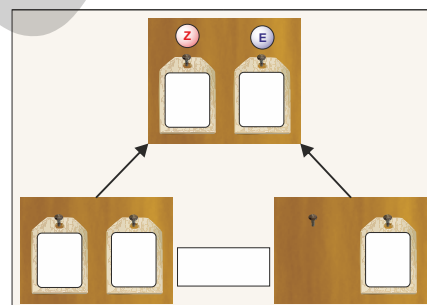
Antwort: „Zehn!“

15) Die Spielgruppe zeigt jetzt der ganzen Klasse ihre beiden Stäbe. Zeigen Sie zuerst auf die blauen und

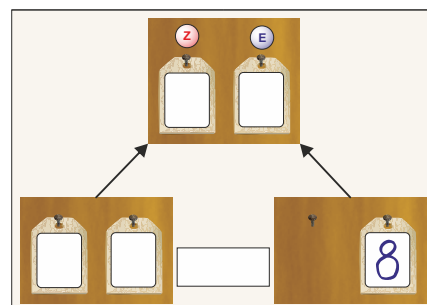
... Punkte. Die blauen Kugeln sind immer einen Punkt wert. Sie heißen deshalb Einer. Schaut auf das E für die Einer an der Stange. Die roten Kugeln sind immer 10 Punkte wert. Deshalb heißen sie Zehner. An der roten Stange steht das Z für Zehner.“

16) „Ich schreibe nun das Ergebnis für diese Spielgruppe auf.“

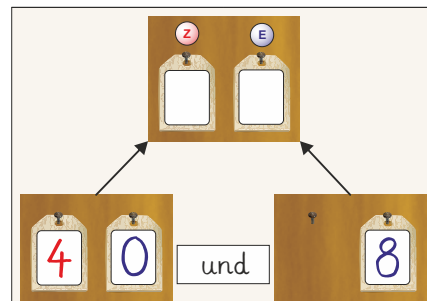
„Hier ist die Punktetafel für die Spielgruppe.“



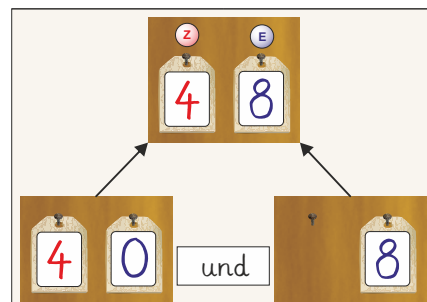
Sie hat 8 Einer-Kugeln, also 8 Punkte.



Und dann hat sie noch 4 Zehner-Kugeln, also 40 Punkte.



Lege ich die Zahlen übereinander, entsteht die Zahl achtundvierzig! Sie hat 4 Zehner und 8 Einer!“

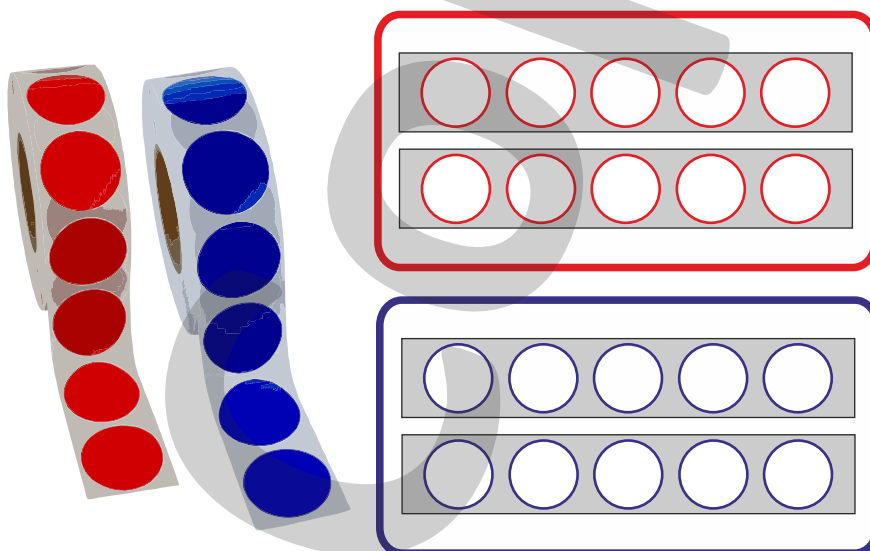




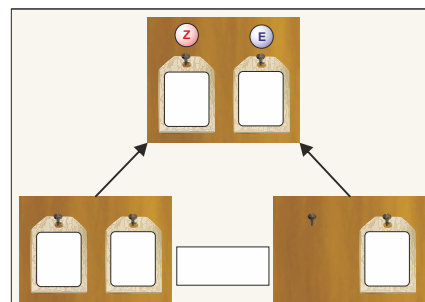
Frühstücks-Brettchen, 6 Stück, aus Holz,
21 x 12 cm, ca. 7,99 €



Eine aufwendigere, aber schöne Variante: Jede Lerngruppe hat ein eigenes „schwarzes Brett“. Dort kann man mit kleinen Tafelchen die Ergebnisse hinhängen. Die Anweisung ist die gleiche wie bei der Punkte-
tafel (siehe Seite vorher).



Nicht ganz so bastelintensiv und auch billiger: Z-Felder und Kleb-
punkte.



Weitere Varianten und Möglichkei-
ten auf der Fortbildung ILSA-SWS.



Was man braucht:

Die Antwortkarten



Die Fragekarten



Digitaler
Kurzzeitmesser

Gesund und lecker? Die richtige Antwort gibt 5 Punkte

? Nüsse sind ziemlich gesund, wenn man nicht zu viele davon nascht. Knackt man die Schale, findet man den leckeren Nusskern. Bei der Nuss ganz links ist eine weiße Flüssigkeit drin. Wie heißt die Nuss? ?

A B C

Gesund und lecker? Die richtige Antwort gibt 5 Punkte

? Nüsse sind ziemlich gesund, wenn man nicht zu viele davon nascht. Knackt man die Schale, findet man den leckeren Nusskern. Bei der Nuss ganz links ist eine weiße Flüssigkeit drin. Wie heißt die Nuss? ?

A ... Kokosnuss B ... Milchnuss C ... Weissnuss

Gesund und lecker? Die richtige Antwort gibt 5 Punkte

? Nüsse sind ziemlich gesund, wenn man nicht zu viele davon nascht. Knackt man die Schale, findet man den leckeren Nusskern. Bei der Nuss ganz links ist eine weiße Flüssigkeit drin. Wie heißt die Nuss? ?

A ... Kokosnuss B ... Milchnuss C ... Weissnuss

Der Spielablauf:

1) Bestimmen Sie zunächst die Anzahl der Spielgruppen. Maximal können es 5 sein. Die Anzahl der Kinder pro Gruppe können Sie frei wählen.

2) Jede Gruppe bekommt einen Einer- und einen Zehner-Ständer.

3) Stellen Sie die Schachtel mit den blauen Kugeln und die Bank mit den roten Kugeln für die Kinder gut erreichbar auf einen Tisch. Sie bedienen die beiden Schachteln. (Man kann dafür auch ein Kind auswählen, das dann aber nicht mitspielt.)

4) Teilen Sie nun die Antwortkarten A, B und C aus. Jede Gruppe erhält die drei Karten. Ein Kind wird in jeder Gruppe ausgesucht, das die Antwortkarten bedient und sich ggf. die Punkte abholt.

5) ... usw. usw.

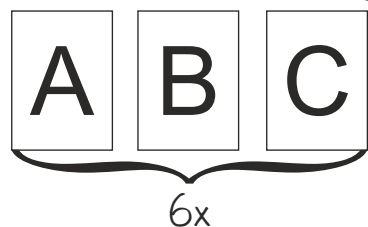
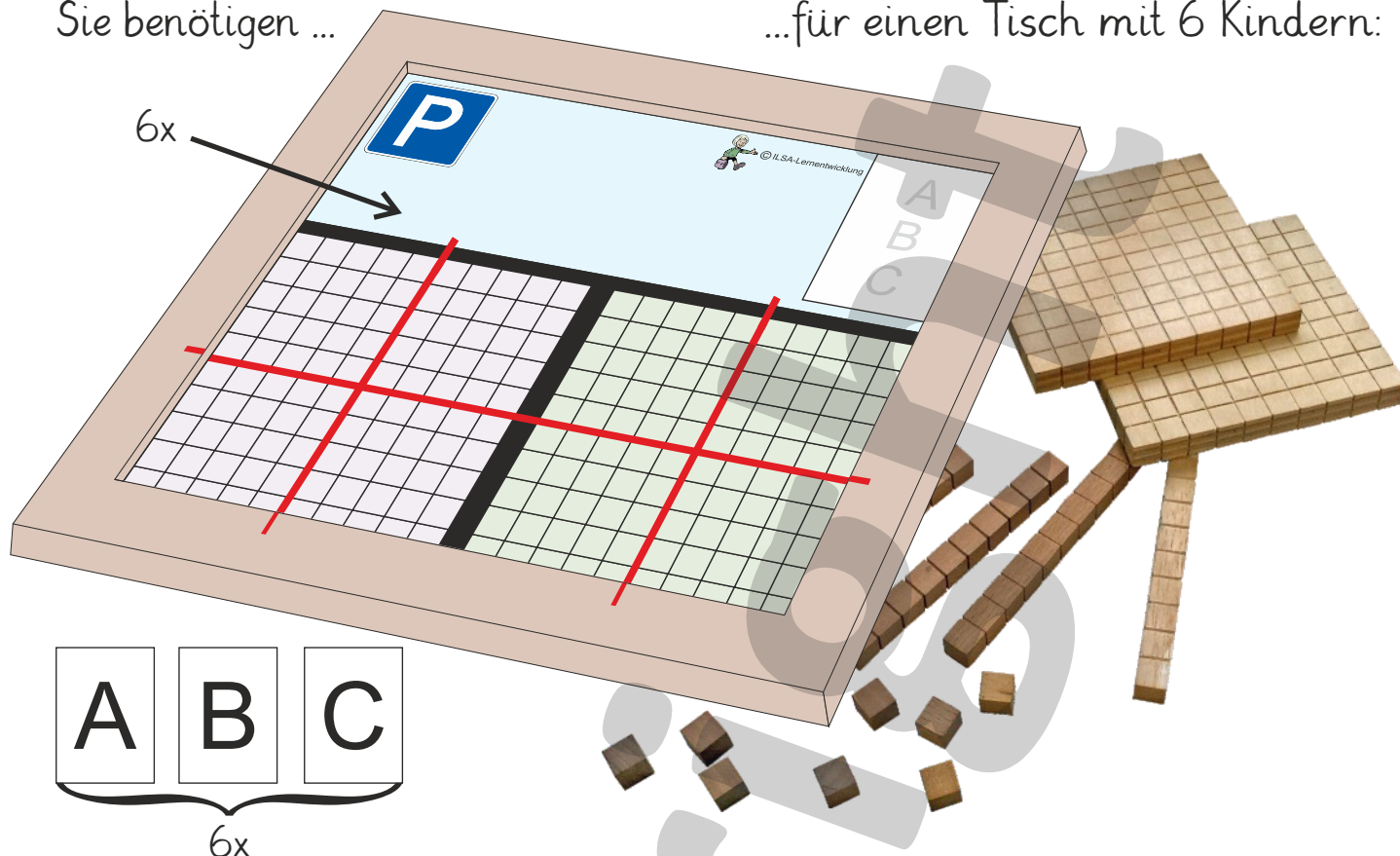
Das Spiel funktioniert also nach den exakt gleichen Regeln wie das „ILSA-Tierlexikon“.

Siehe dazu auch Seite 9 bis 11.



Sie benötigen ...

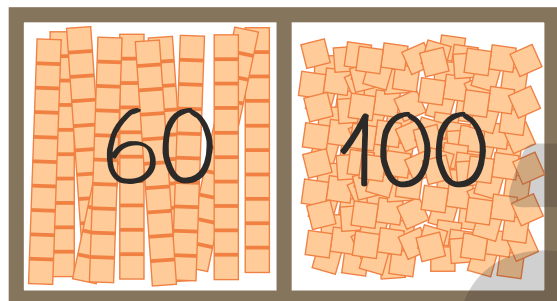
...für einen Tisch mit 6 Kindern:



Karton mit:

Zehnerstangen

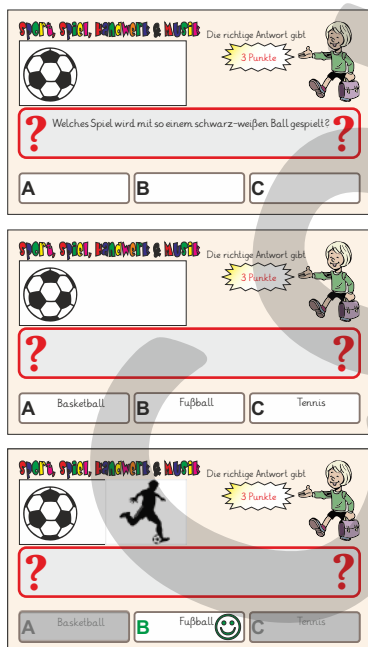
Einerwürfel



Mitspieler:

BANK

Fragekarten



1) Die LehrerIn ist der/die SpielleiterIn in der gesamten Klasse. Sie bestimmen die Anzahl der Spielgruppen (Tische) und die der Mitspieler pro Tisch sowie deren Zusammensetzung. (Hier im Beispiel spielen 6 Kinder an einem Tisch.)

2) Im Gegensatz zu den beiden vorherigen Spielen, in denen die Kinder in einer Gruppe eingebunden waren, spielen sie nun „auf eigene Rechnung“. Sie sind für die Antworten (A, B oder C), das Sammeln ihrer Punkte sowie für die nötigen Tauschprozesse alleinverantwortlich.

3) Jedes Kind bekommt seinen eigenen Rechenrahmen und die drei Antwortkärtchen A, B und C. Ein Kind der Gruppe wird ausgesucht und ist der Schiedsrichter sowie die Leitung der „Bank“. Sie bestimmen dieses Kind.

4) Weisen Sie die Kinder in den Spielverlauf ein. Viele Verläufe kennen sie ja schon von den vorherigen Spielen.

4.1) „Ich zeige euch jetzt die Frage und lese sie laut vor!“ (Frage zeigen)

4.2) „Für eine Antwort A, B oder C habt ihr genau eine Minute Zeit.“ (Sie können auch eine andere Zeit wählen, das entscheiden Sie.)

„Wenn der Wecker piept, muss eure Antwortkarte auf dem blauen Parkplatzfeld liegen, wo die Buchstaben A, B und C stehen, sonst gibt es keine Punkte.“

4.3) „Ich zeige euch jetzt die Antworten A, B und C und lese die Frage und die Antworten laut vor.“ (Antwortmöglichkeiten zeigen)

4.4) „Ab jetzt läuft die Zeit! Welche Antwort ist die richtige? A, B, oder C?“ (Die Antworten nochmals vorlesen.) „Legt die richtige Karte umgedreht auf das ABC-Feld, damit keiner abgucken kann!“

5) Die Schiedsrichter am Tisch heben den Arm, wenn alle Kinder an ihrem Tisch fertig sind. Sind alle Tische soweit, zeigen Sie die richtige Antwort.

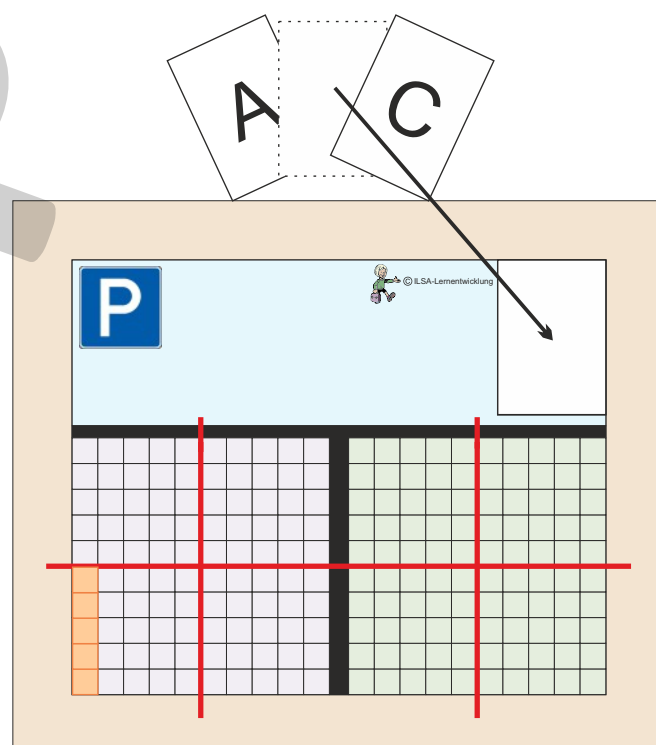
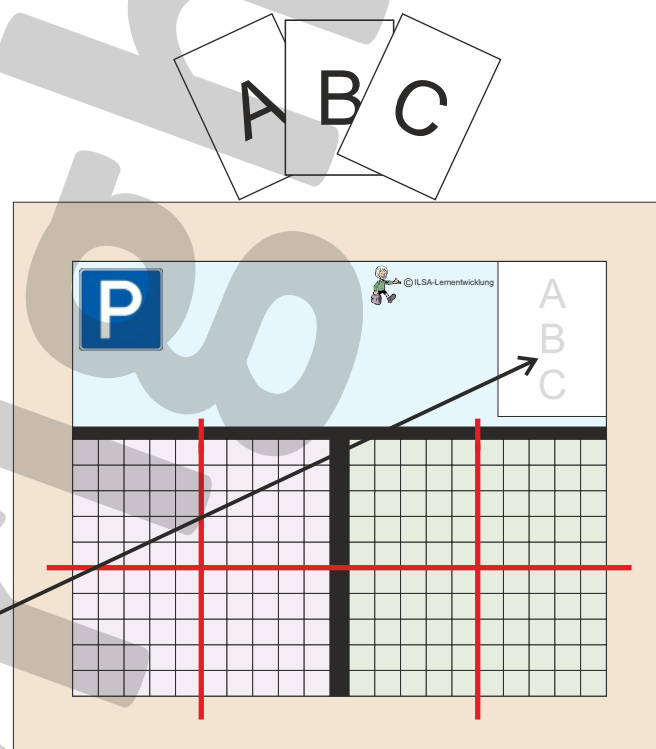
6) Die Bank verteilt nun für die richtigen Lösungen die Punkte: „Die Bank an eurem Tisch gibt euch jetzt eure Punkte. Für jeden Punkt bekommt ihr einen Würfel. Natürlich nur dann, wenn eure Antwortkarte die richtige ist. Ein Würfel zählt also einen Punkt. Die Würfel nennt man deshalb auch Einer.“

7) „Legt eure Einer bitte in das lila Feld. Das soll so aussehen.“ Zeigen Sie das entsprechende Dia.

8) „Nehmt die Antwortkarte aus dem ABC-Feld und legt sie zu den anderen. Es folgt die nächste Frage.“

Beispielrahmen

Die Kinder haben die Karten in der Hand oder sie liegen verdeckt auf dem Tisch.



Es folgen nun alle Schritte von 4.2 bis 6.

9) „Legt die neu gesammelten Einer-Würfel in das grüne Feld. Das sieht dann so aus:“ ① (Zeigen Sie das Dia!)

10) „Passen die neuen Einer-Würfel noch über die Würfel im lila Feld? Wenn das nicht klappt, dann legt erst einmal so viele darüber, wie es geht. Schaut her, das sieht dann so aus.“ ② (Zeigen Sie das Dia!)
Switchen Sie die letzten beiden Dias hin und her, damit alle Kinder erkennen, was sie tun sollen.

11) „Jetzt habt ihr im lila Feld 10 Einer-Würfel. Die könnt ihr jetzt bei eurer Bank am Tisch gegen eine Zehner-Stange eintauschen. Gebt der Bank nacheinander eure zehn Einer-Würfel. Die Bank kontrolliert in ihrem Rechenrahmen genau nach, ob es auch stimmt. Passt ihr bitte auf, ob die Bank alles richtig macht.“

12) „Seid ihr bei der Bank fertig? Dann legt jetzt eure Zehner-Stange in das lila Feld, wo vorher die zehn Einer-Würfel waren. Danach könnt ihr die restlichen Einer-Würfelchen aus dem grünen Feld zu der einen Zehnerstange im lila Feld dazulegen. Habt ihr alles richtig gemacht, sieht das so aus:“ ③ (Zeigen Sie das nächste Dia!)

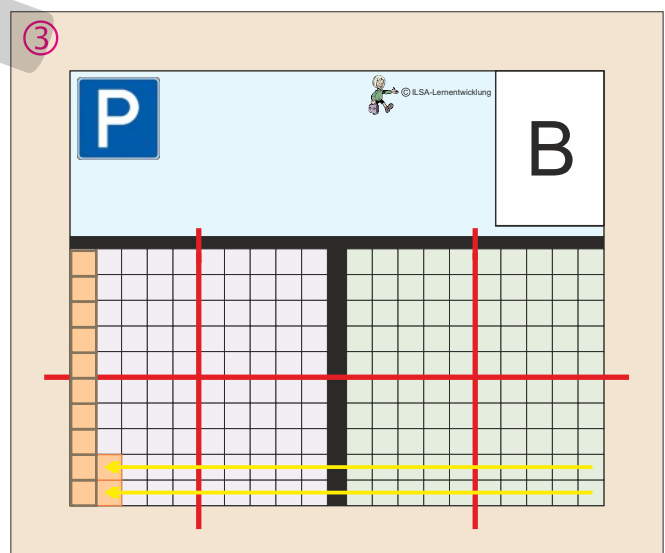
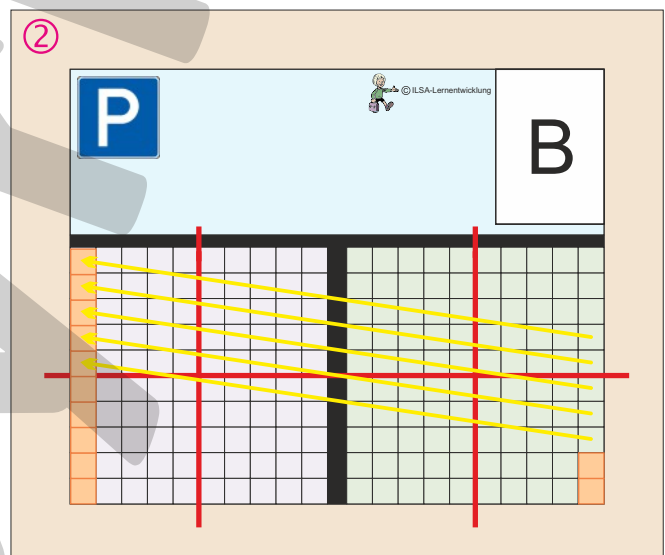
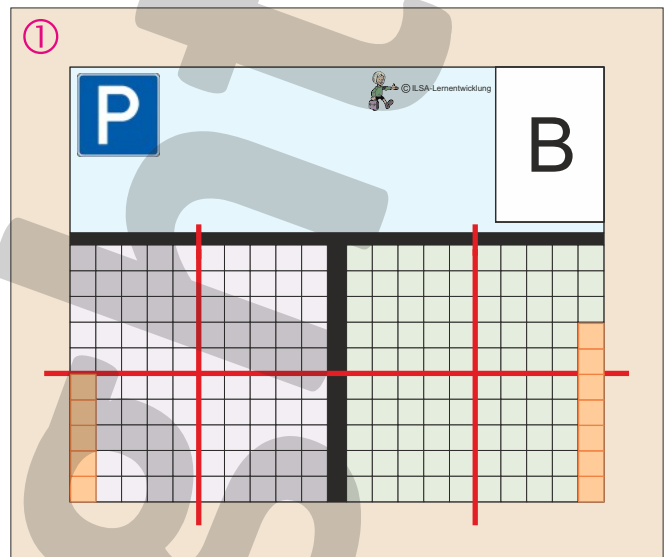
13) Fahren Sie nun wie oben beschrieben mit den anderen Fragen fort. Nach jeder Frage sollen die Kinder kontrollieren, ob sie wieder zehn Einer-Würfel zum Tauschen gegen eine Zehner-Stange zusammen haben und dann bei der Bank eintauschen. Dies sollen die Kinder zunehmend selbständig (also ohne Aufforderung) erledigen.

14) Sind alle Fragen durch, gehen Sie von Tisch zu Tisch und ermitteln Sie den Sieger. Beachten Sie dabei auch die Fragen, die wir auf der Fortbildung vorstellen und besprechen.

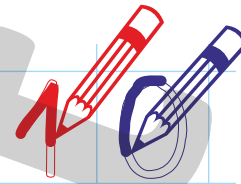
15) Wiederholen Sie das Spiel, damit auch der „Schiedsrichter“ mitspielen kann und sich die Tauschprozesse automatisieren.

Wie bei allen Ratespielen können maximal 100 Punkte erreicht werden. Sie können natürlich auch mit dem „ILSA-Tierlexikon“ oder mit „Gesund und lecker?“ das Spiel nochmals wiederholen.

Beispielrahmen



Schreibe die Zahlen nach und lese laut vor!



zehn

20

zwanzig

30

dreißig

40

vierzig

50

fünfzig

60

sechzig

70

siebzig

80

achtzig

90

neunzig

100

ehundert

Hier fehlen einige Zahlen. Schreibe sie in die Kästchen

zehn

zwanzig

dreißig

40

vierzig

fünfzig

sechzig

siebzig

achtzig

neunzig

einhundert

Überall
fehlen Täfelchen. Wel-
ches gehört wohin?

V
O
R
W
Ä
R
T
S

R
Ü
C
K
W
Ä
R
T
S

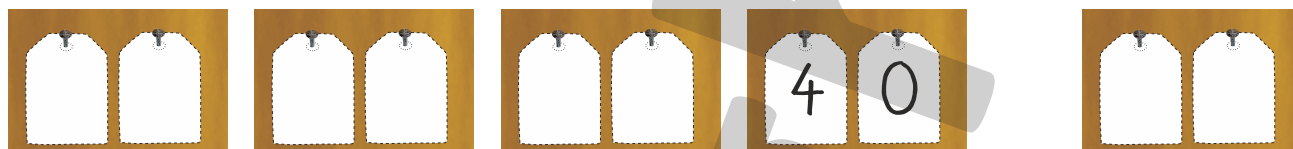
The worksheet is designed for a number matching exercise. It consists of a central path of number tags and two columns of boxes on either side. The path starts at the top with a tag '0' and goes down to a tag '0' at the bottom. The path is flanked by two columns of boxes, each containing a number from 0 to 9. A girl character is at the top, pointing to a box with a '1' and a tag with a '0'. A speech bubble says 'Überall fehlen Täfelchen. Welches gehört wohin?'. A red arrow points from a tag with a '6' to a box with a '0' on the right. The left side is labeled 'VORWÄRTS' and the right side 'RÜCKWÄRTS' with downward arrows.



Kannst du es vorwärts?

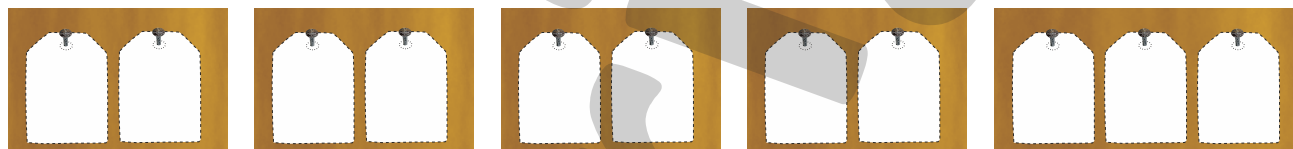
Schreibe die Zehner-Zahlen auf die Plättchen.
Kannst du schon den Zahlenamen schreiben?

VORWÄRTS



_____ zig _____ ßig _____ zig _____ zig

VORWÄRTS

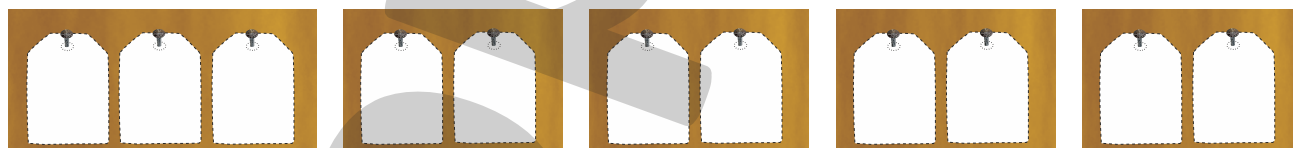


_____ zig _____ zig _____ zig _____ zig _____ hundert



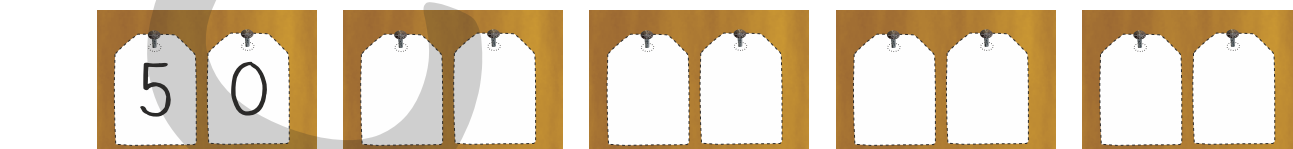
Geht es auch rückwärts?

RÜCKWÄRTS

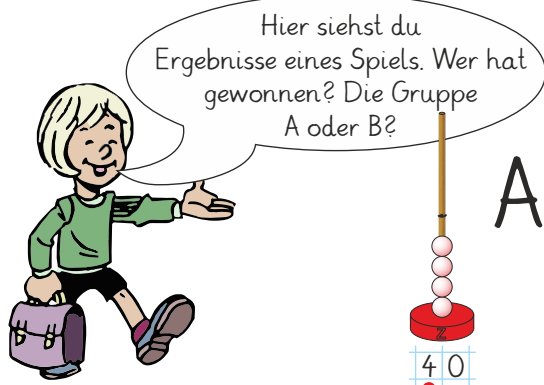


_____ hundert _____ zig _____ zig _____ zig _____ zig

RÜCKWÄRTS



_____ zig _____ zig _____ ßig _____ zig _____

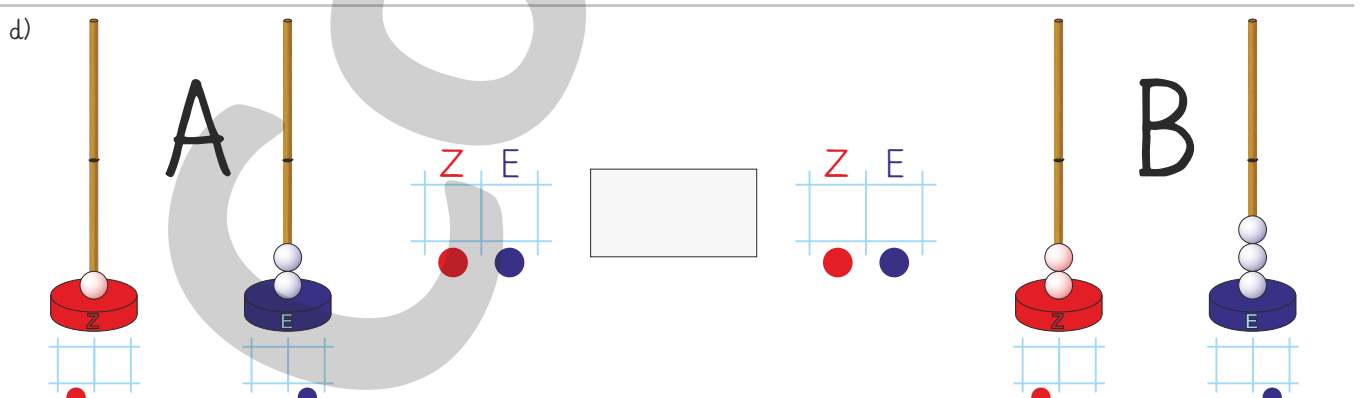
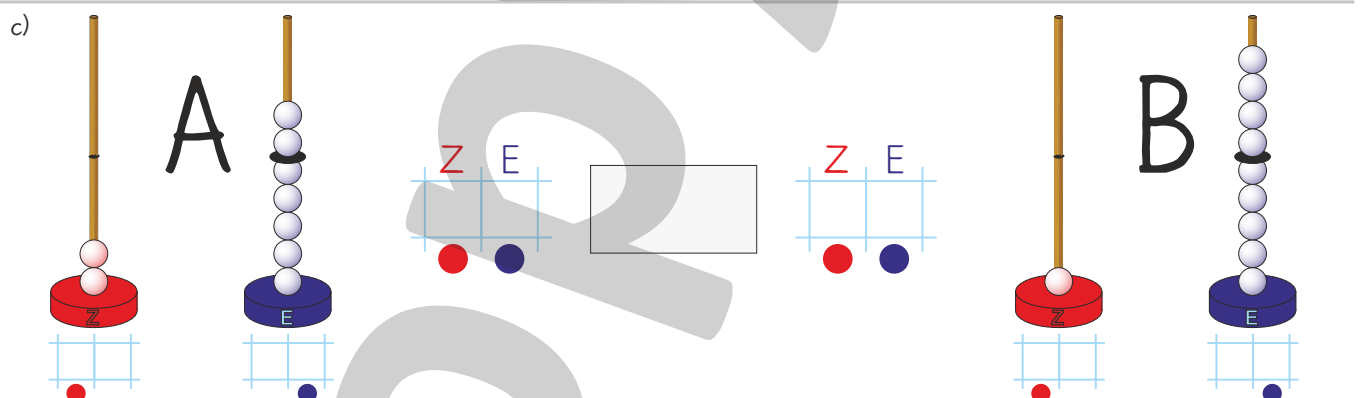
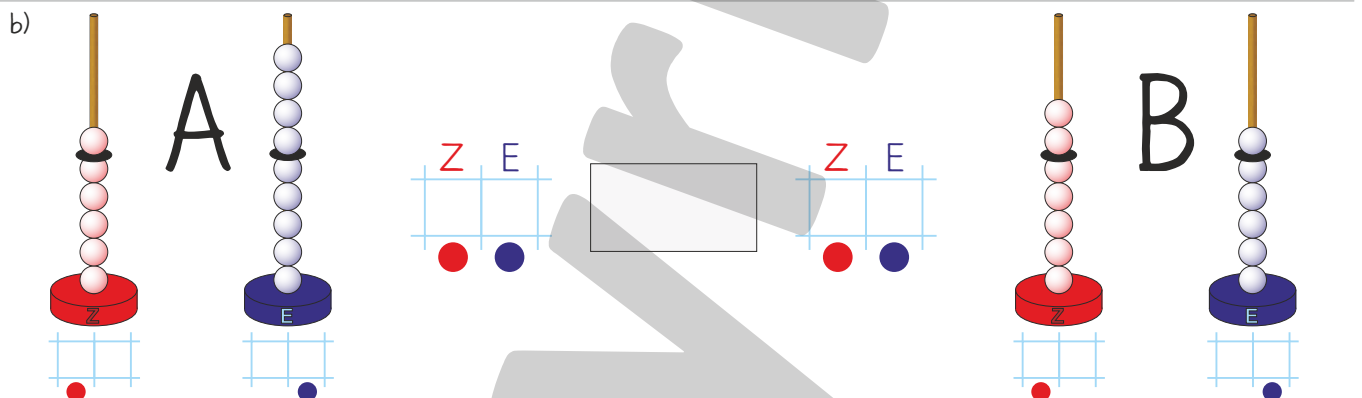
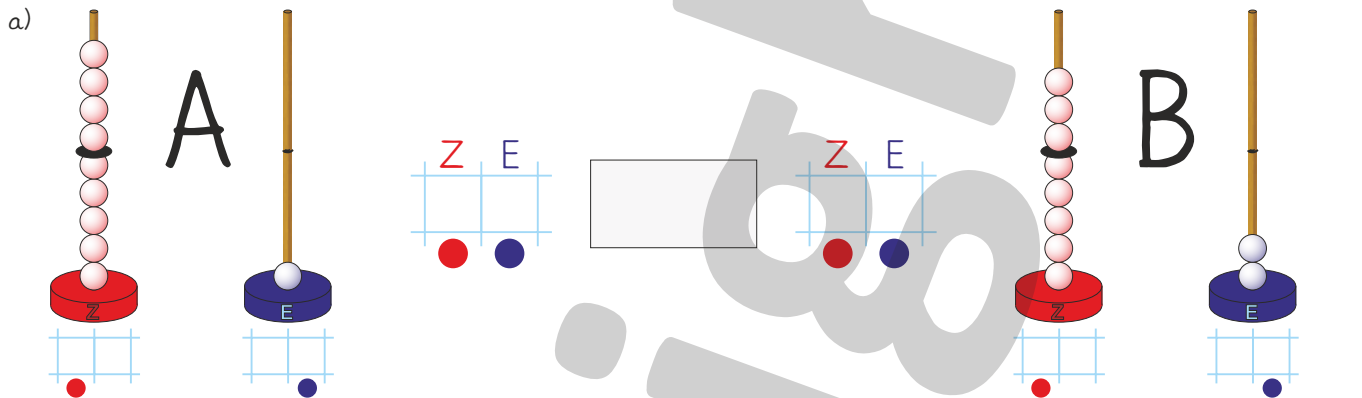
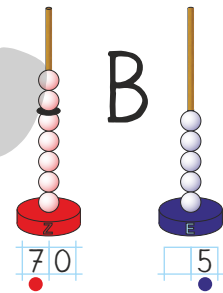
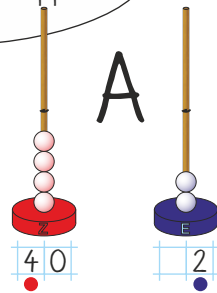


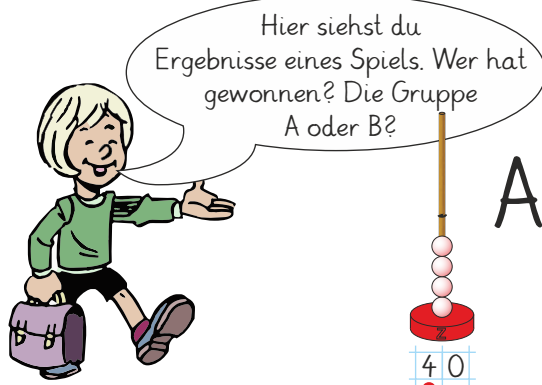
Beispiel

Lese laut vor!

< = >

Z	E		Z	E
4	2	<	7	5



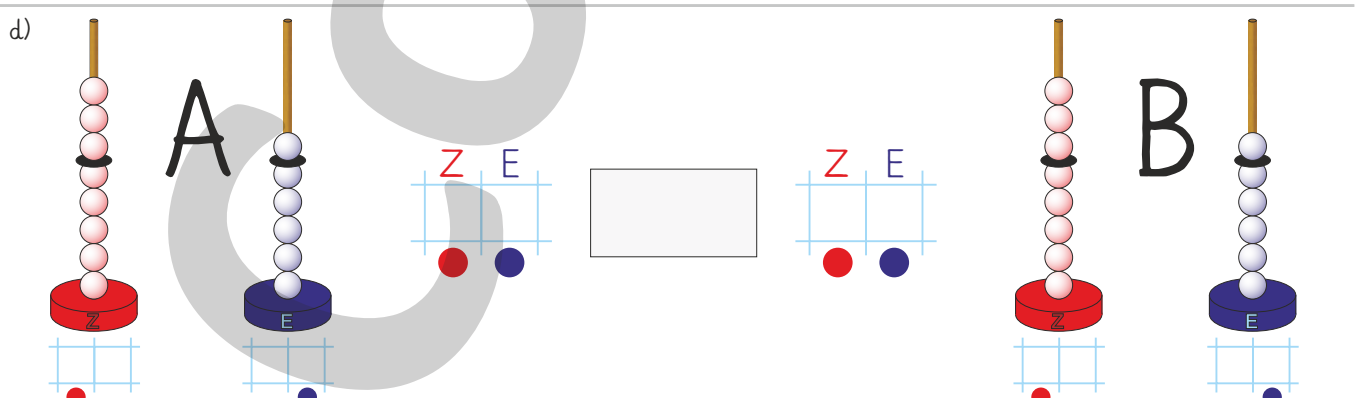
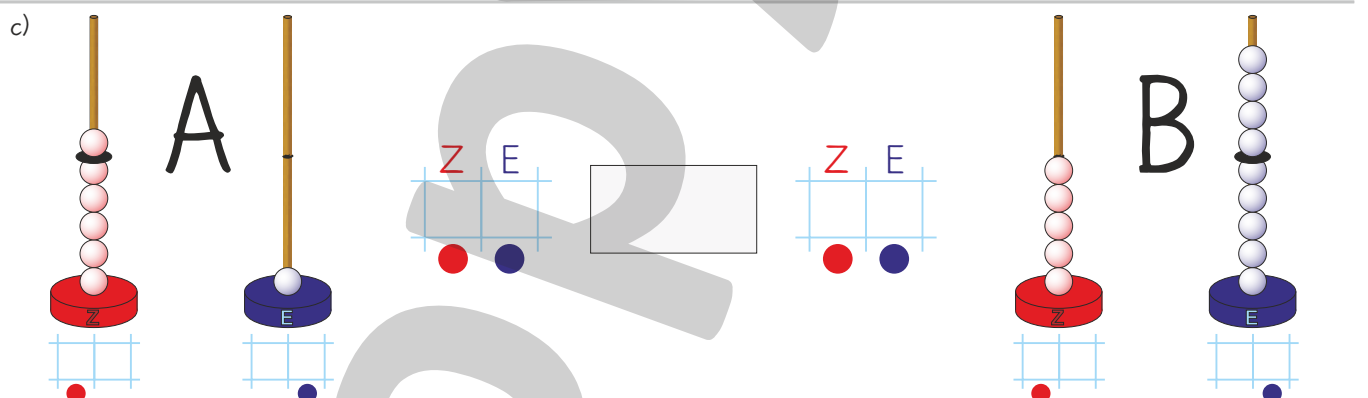
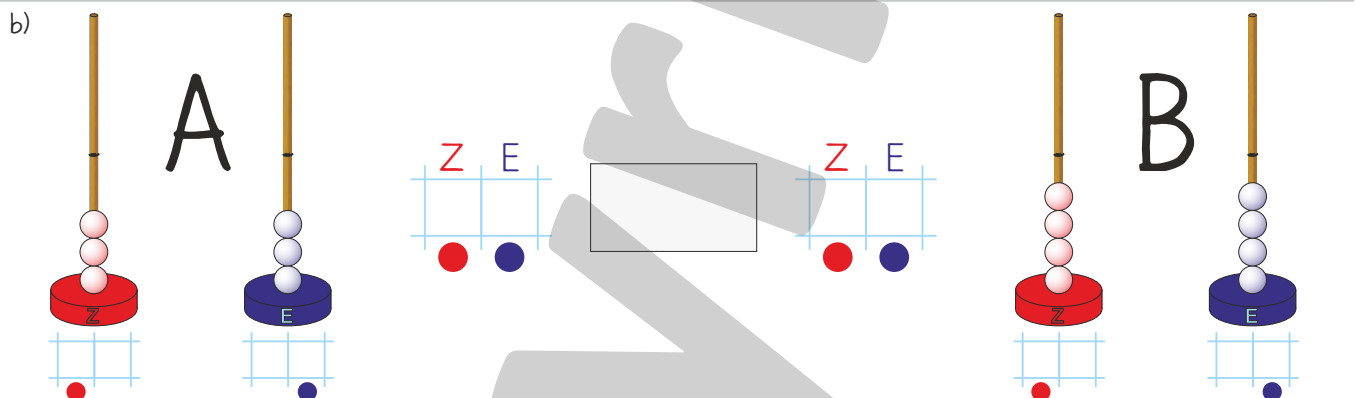
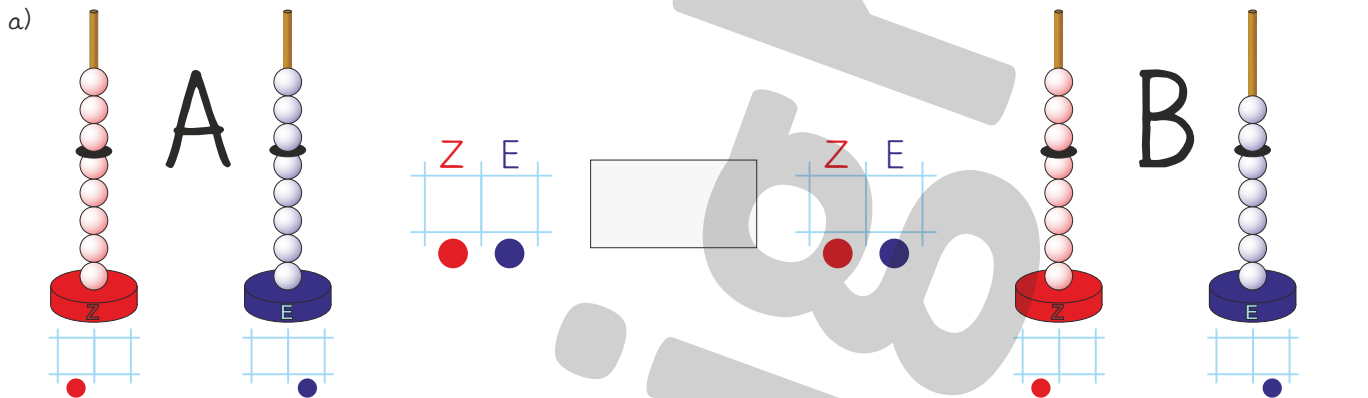
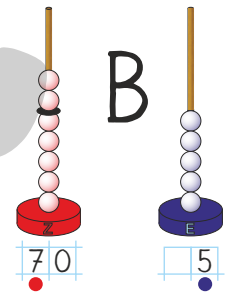
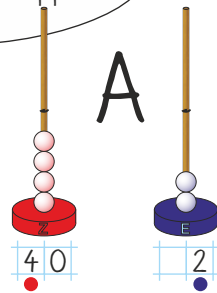


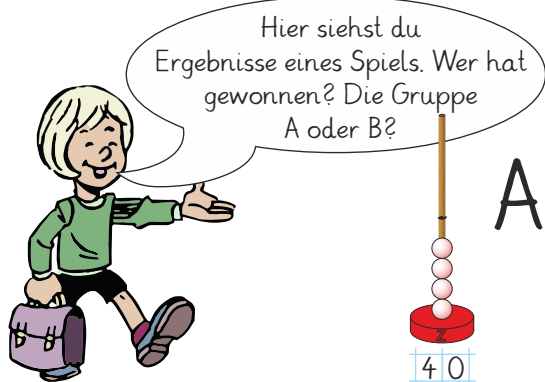
Beispiel

Lese laut vor!

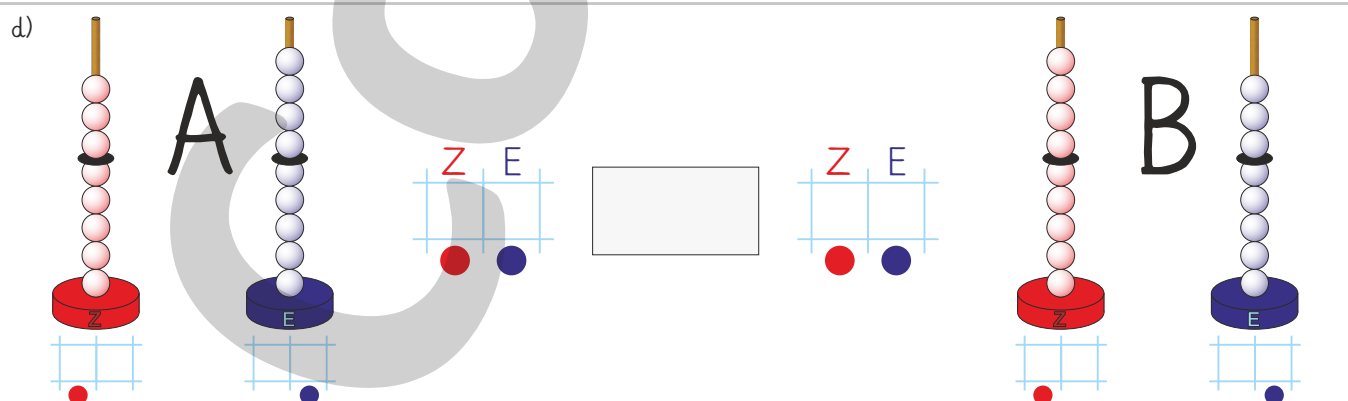
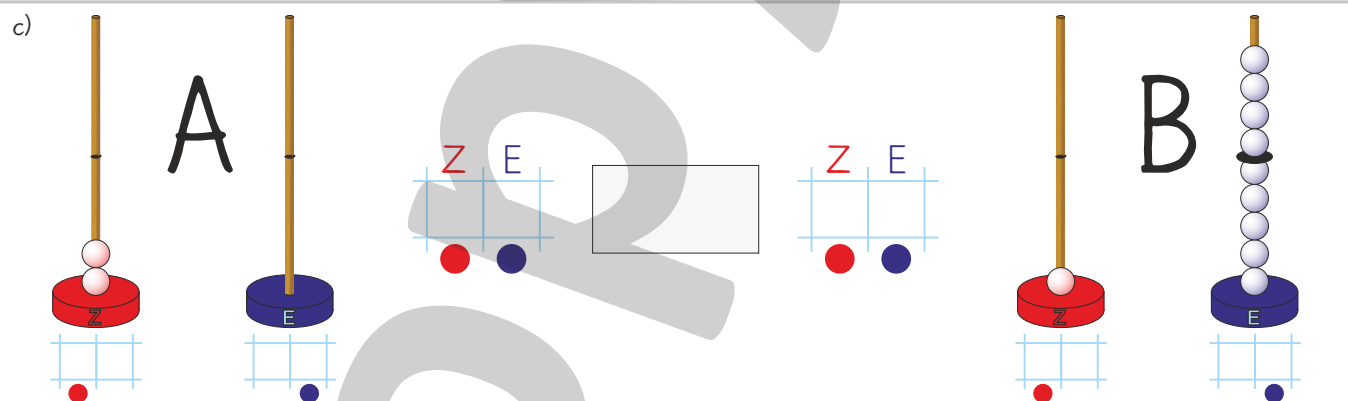
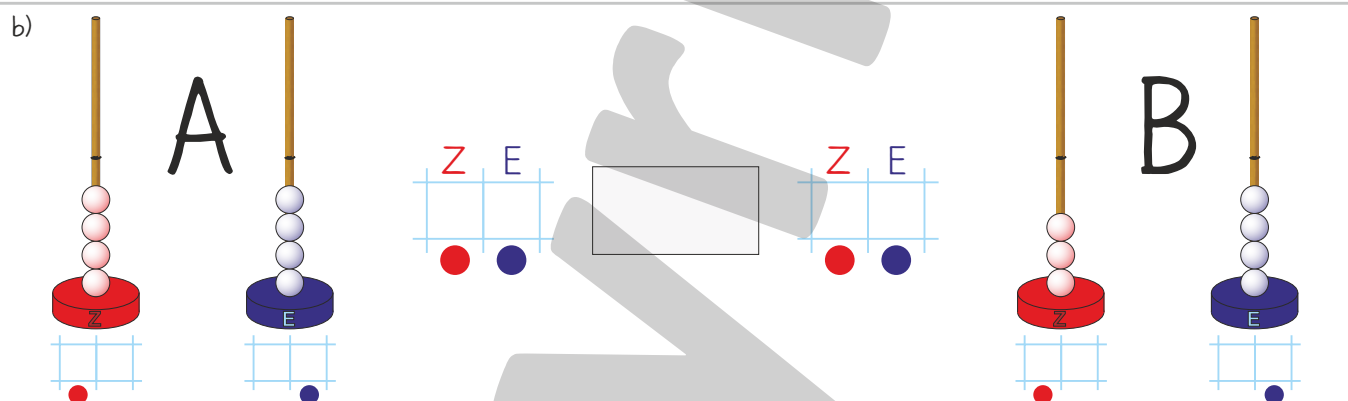
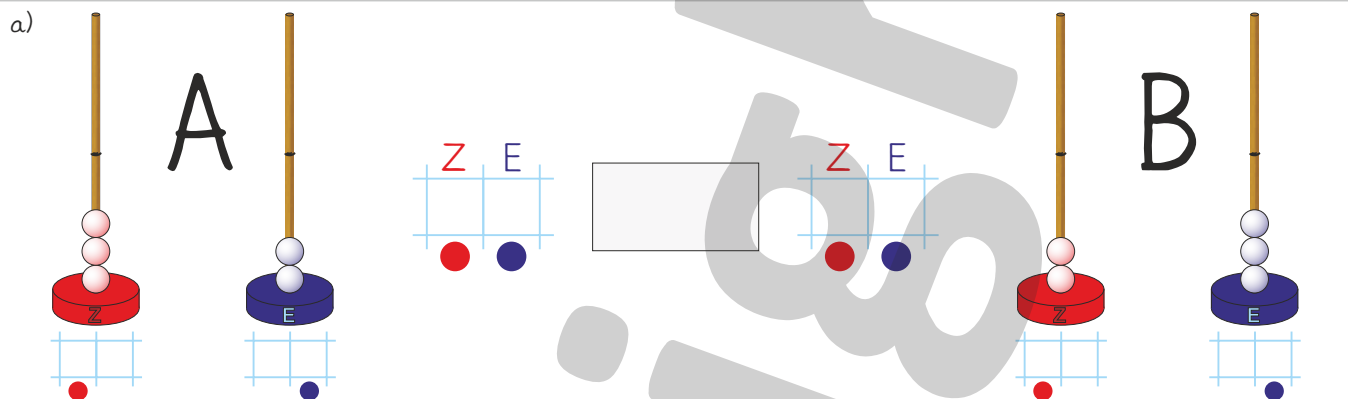
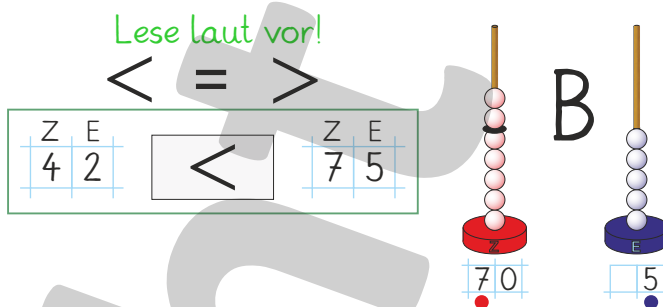
< = >

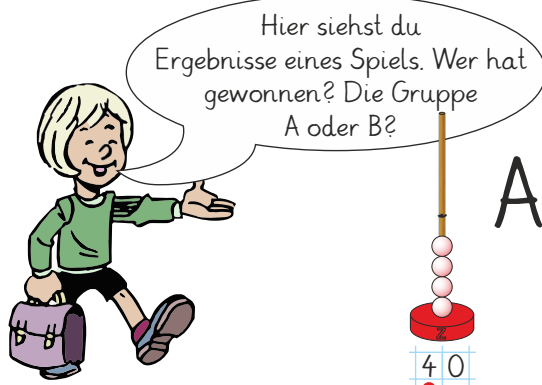
Z	E		Z	E
4	2	<	7	5



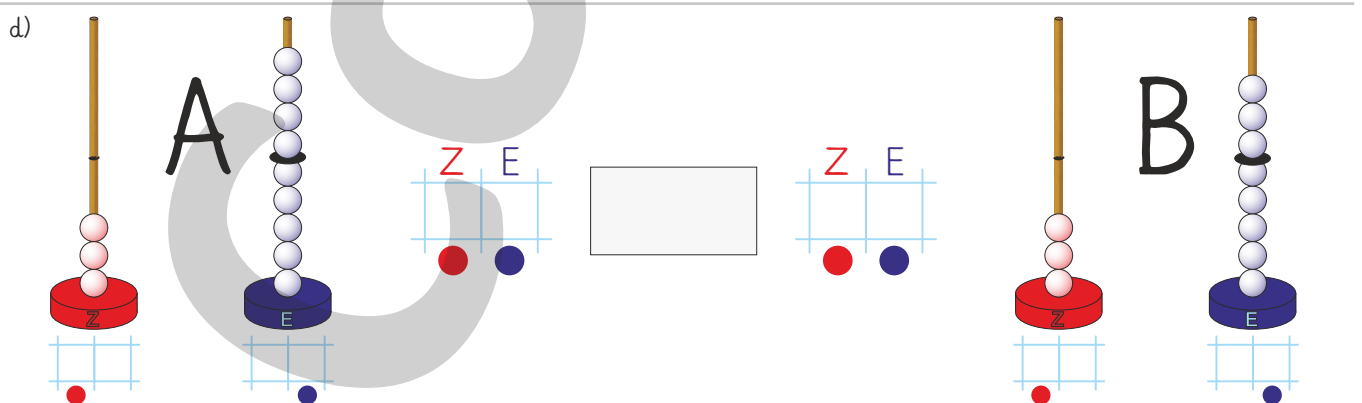
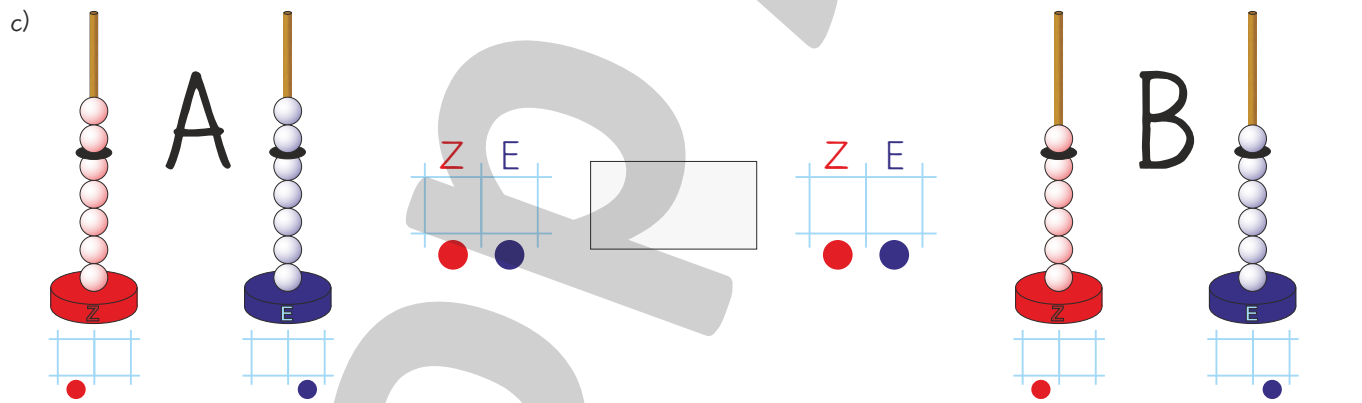
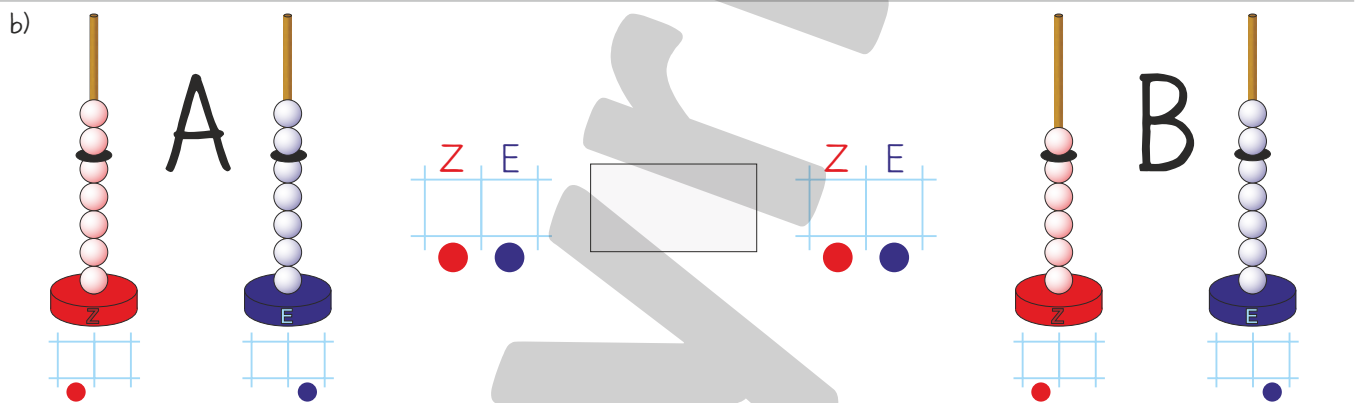
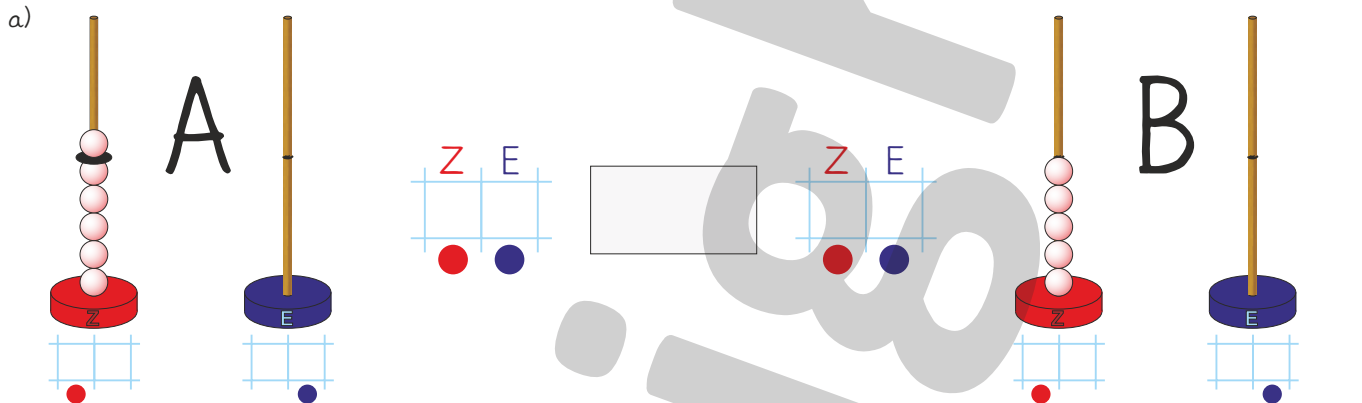
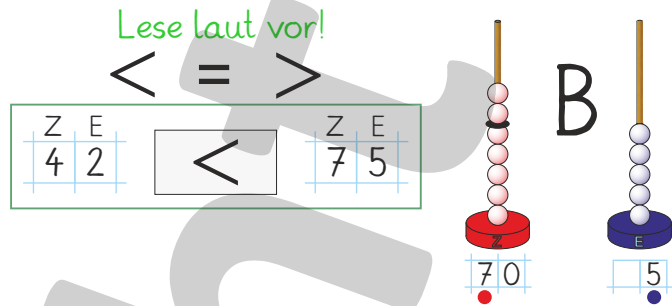


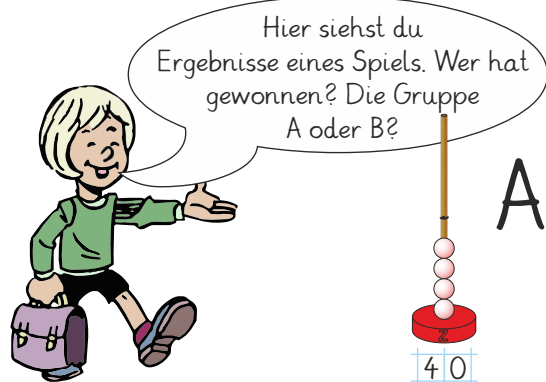
Beispiel





Beispiel



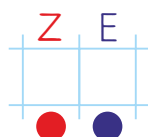
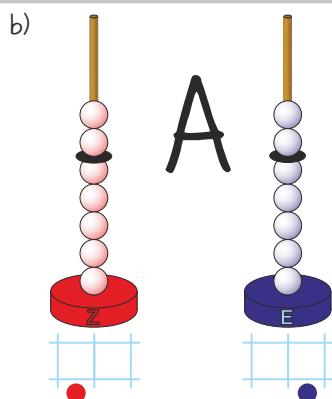
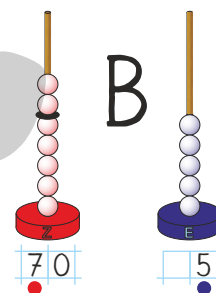
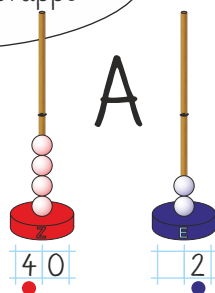


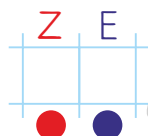
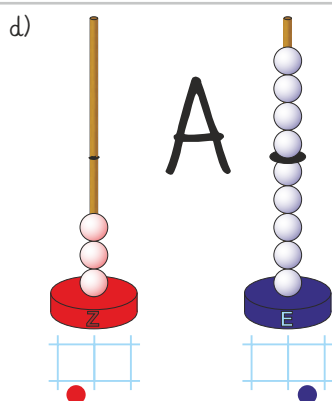
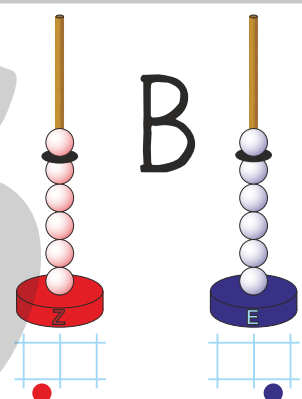
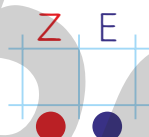
Beispiel

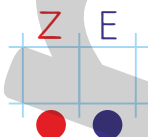
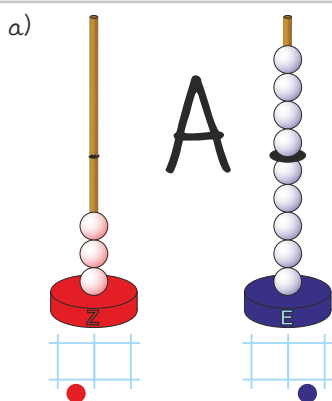
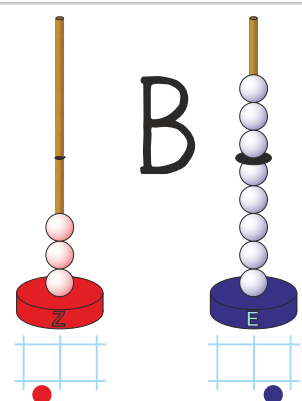
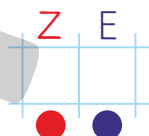
Lese laut vor!

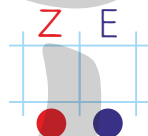
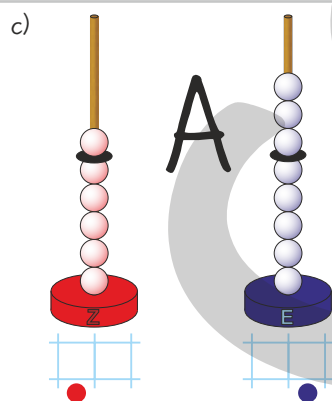
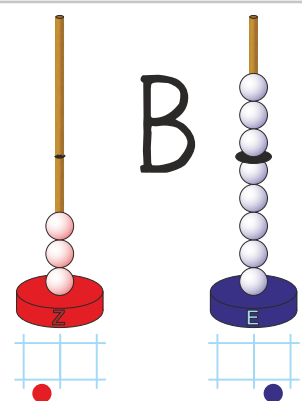
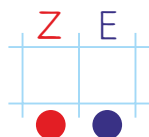
< = >

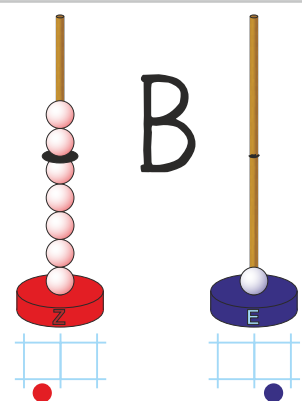
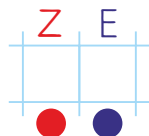
Z	E		Z	E
4	2	<	7	5

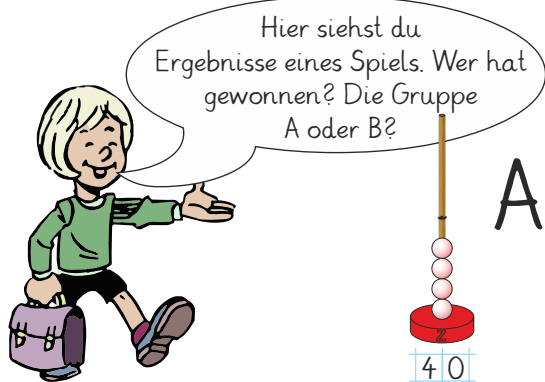










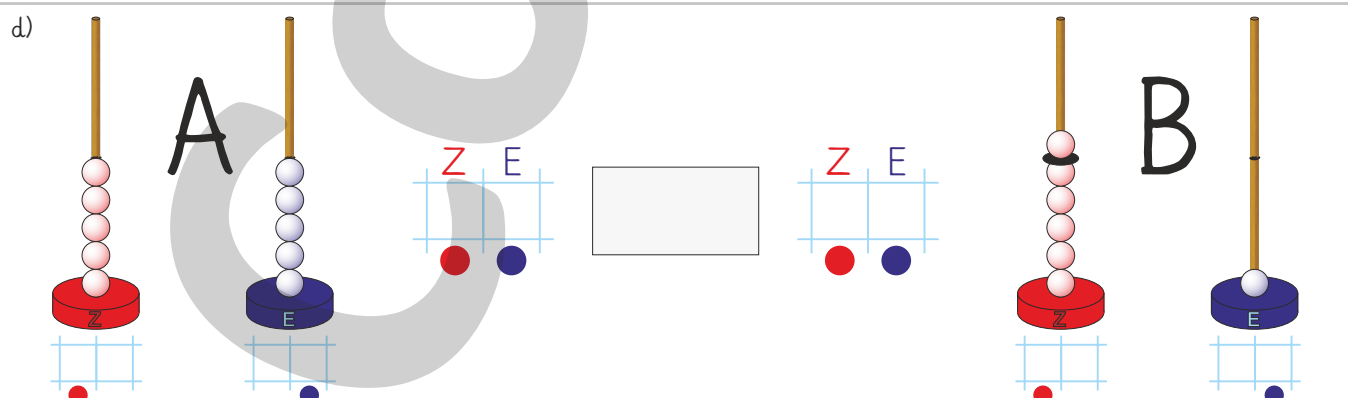
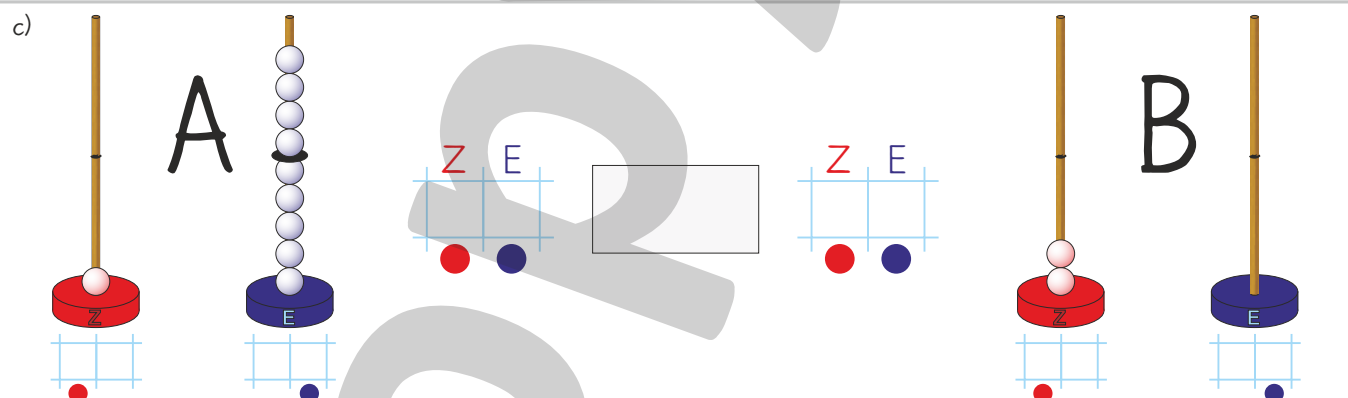
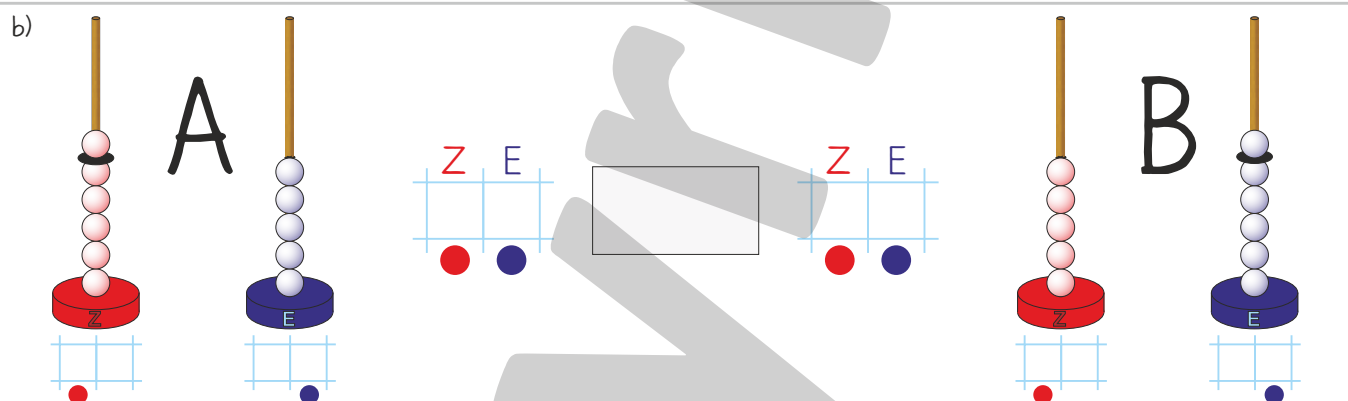
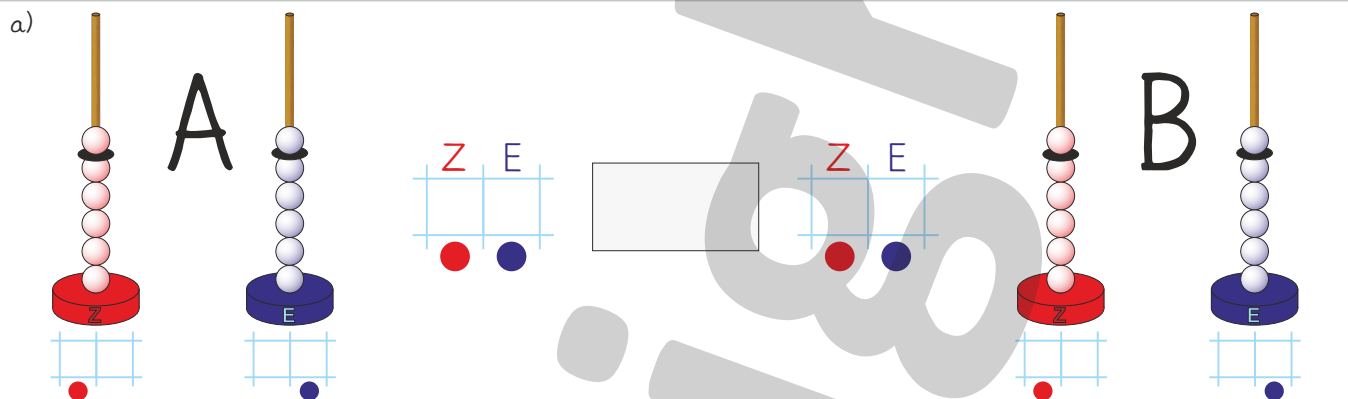
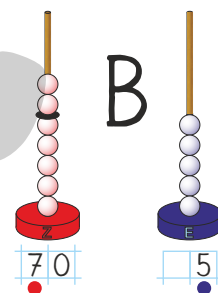
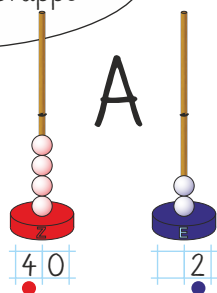


Beispiel

Lese laut vor!

< = >

Z	E		Z	E
4	2	<	7	5





Hier siehst du Zehner- und Einerkugeln.
Welche von den vier Zahlen ist die richtige?

Male ein Kreuz auf die Fahne!

Beispiel

a)

Flags: 89, 78, 88, 98

b)

Flags: 8, 63, 62, 26

c)

Flags: 75, 73, 57, 65

d)

Flags: 7, 16, 71, 61

e)

Flags: 37, 53, 73, 70

f)

Flags: 2, 12, 11, 21

g)

Flags: 48, 47, 74, 73

h)

Flags: 29, 11, 82, 92



Hier siehst du Zehner- und Einerkugeln.
Welche von den vier Zahlen ist die richtige?

Male ein Kreuz auf die Fahne!

Beispiel

a)

Flags: 8, 63, 62, 26

b)

Flags: 44, 34, 43, 53

c)

Flags: 75, 73, 57, 65

d)

Flags: 2, 12, 11, 21

e)

Flags: 89, 78, 88, 98

f)

Flags: 48, 47, 74, 73

g)

Flags: 29, 11, 82, 92

h)

Flags: 7, 16, 71, 61



Hier siehst du Zehner- und Einerkugeln. Welche von den vier Zahlen ist die richtige?

Male ein Kreuz auf die Fahne!

Beispiel

a)

b)

c)

d)

e)

f)

g)

h)



Hier siehst du Zehner- und Einerkugeln.
Welche von den vier Zahlen ist die richtige?

Male ein Kreuz auf die Fahne!

Beispiel

Example task showing a number line with 3 tens and 7 ones, and four flags with different numbers. The flag with 73 is marked with a cross.

a)

b)

c)

d)

e)

f)

g)

h)

Hier siehst du Zehner- und Einerkugeln.
Welche von den vier Zahlen ist die richtige?

Male ein Kreuz auf die Fahne!
Tausche, wenn nötig!

Beispiel

Example task showing three bead strings and four flags. The first flag (46) is crossed out with a pencil.

a)

Task a) showing three bead strings and four flags.

b)

Task b) showing three bead strings and four flags.

c)

Task c) showing three bead strings and four flags.

d)

Task d) showing three bead strings and four flags.

f)

e)

Task e) showing three bead strings and four flags.

Task f) showing three bead strings and four flags.

g)

Task g) showing three bead strings and four flags.

h)

Task h) showing three bead strings and four flags.

Hier siehst du Zehner- und Einerkugeln.
Welche von den vier Zahlen ist die richtige?

Male ein Kreuz auf die Fahne!
Tausche, wenn nötig!

Beispiel

Example flags:

Z	E
4	6

Z	E
6	5

Z	E
5	6

Z	E
6	4

a)

Task a) flags:

Z	E
9	5

Z	E
8	9

Z	E
9	8

Z	E
9	3

b)

Task b) flags:

Z	E
4	8

Z	E
8	5

Z	E
5	8

Z	E
8	4

c)

Task c) flags:

Z	E
5	6

Z	E
6	9

Z	E
9	6

Z	E
6	5

d)

Task d) flags:

Z	E
8	6

Z	E
6	8

Z	E
6	7

Z	E
7	7

f)

e)

Task e) flags:

Z	E
	8

Z	E
1	7

Z	E
2	7

Z	E
7	1

Task f) flags:

Z	E
4	2

Z	E
2	4

Z	E
3	3

Z	E
3	9

g)

Task g) flags:

Z	E
8	7

Z	E
8	6

Z	E
6	8

Z	E
7	8

h)

Task h) flags:

Z	E
2	8

Z	E
1	9

Z	E
9	1

Z	E
1	8

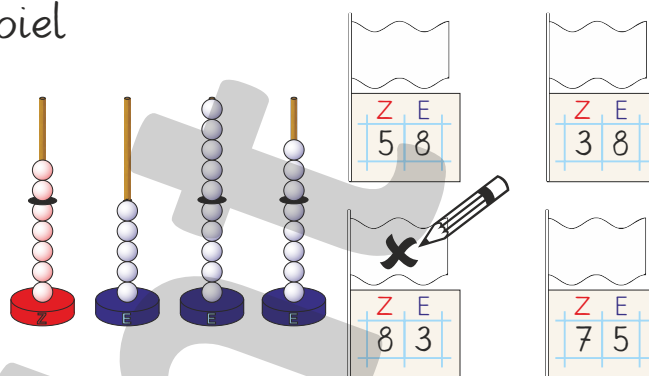
Hier siehst du Zehner- und Einerkugeln. Welche von den vier Zahlen ist die richtige?

Male ein Kreuz auf die Fahne!

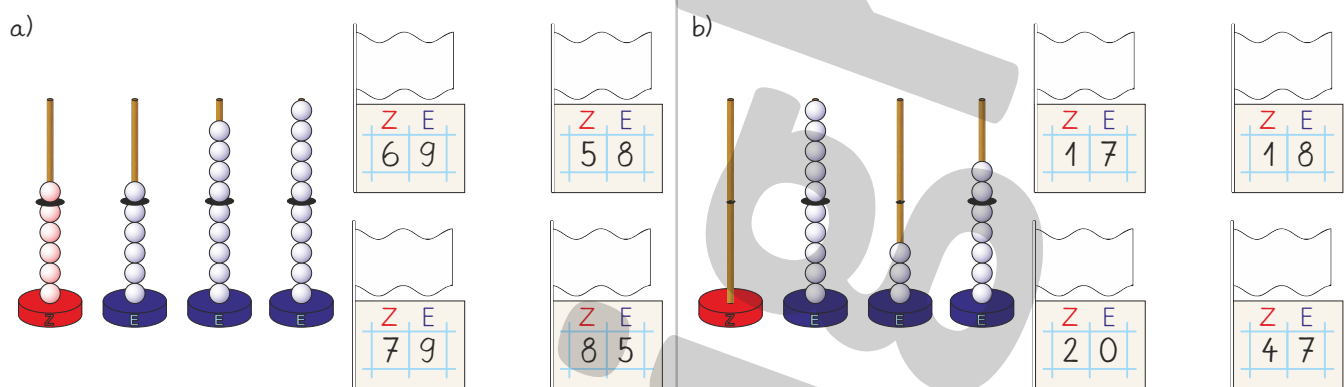
Tausche, wenn nötig!



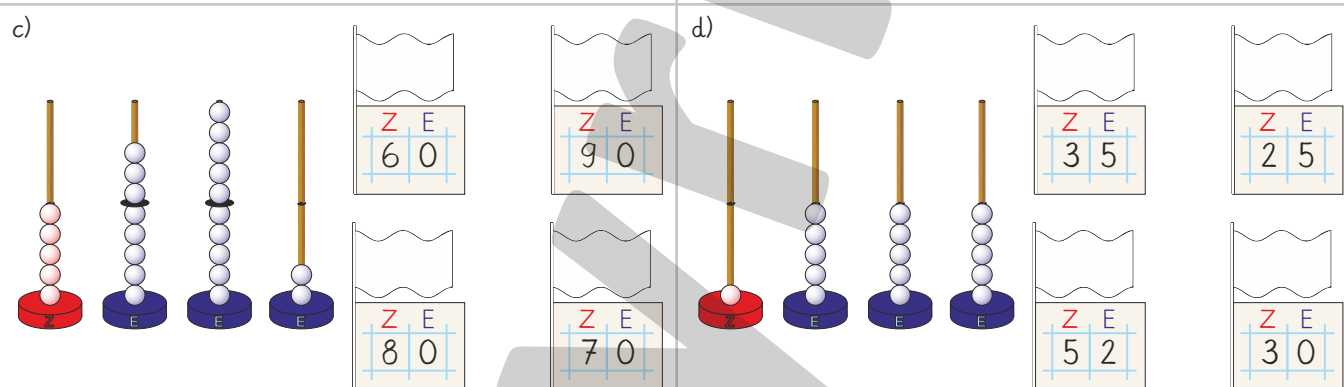
Beispiel



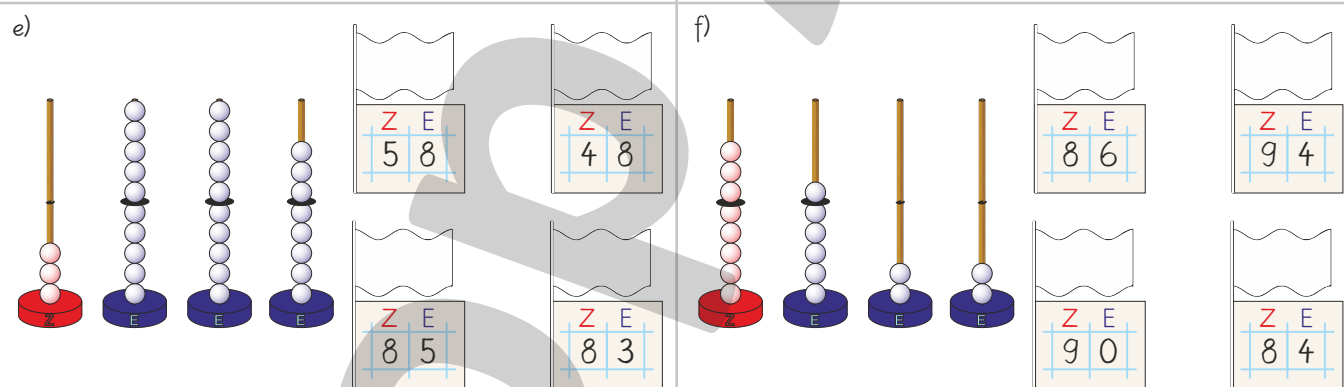
a)



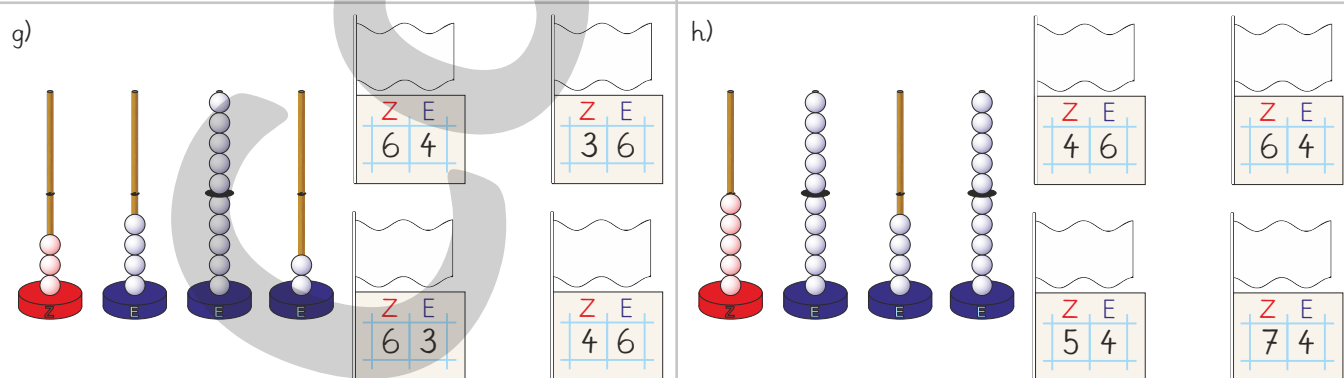
b)



c)



d)



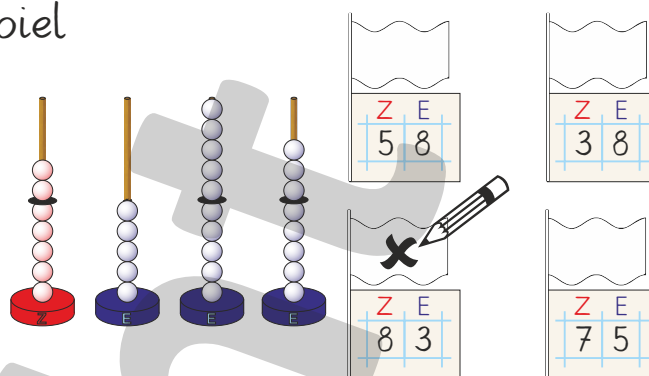
Hier siehst du Zehner- und Einerkugeln. Welche von den vier Zahlen ist die richtige?

Male ein Kreuz auf die Fahne!

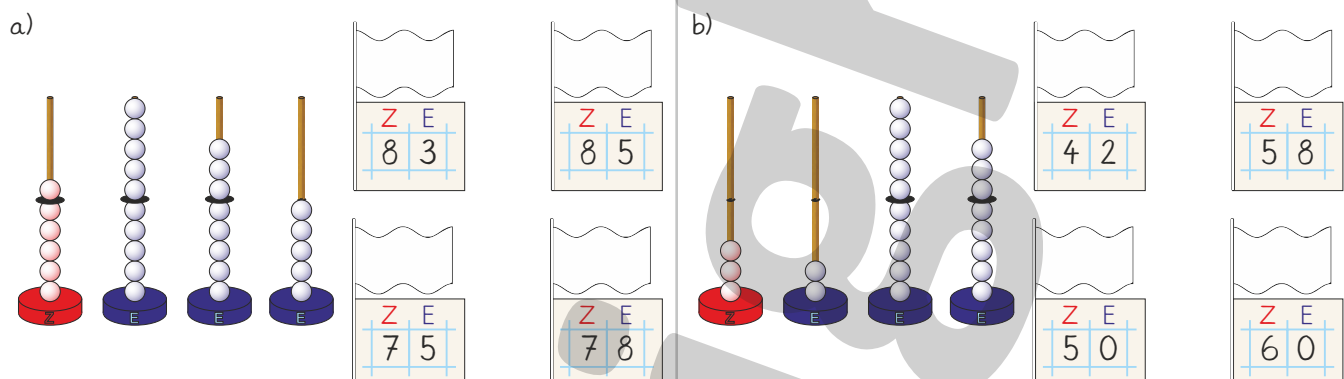
Tausche, wenn nötig!



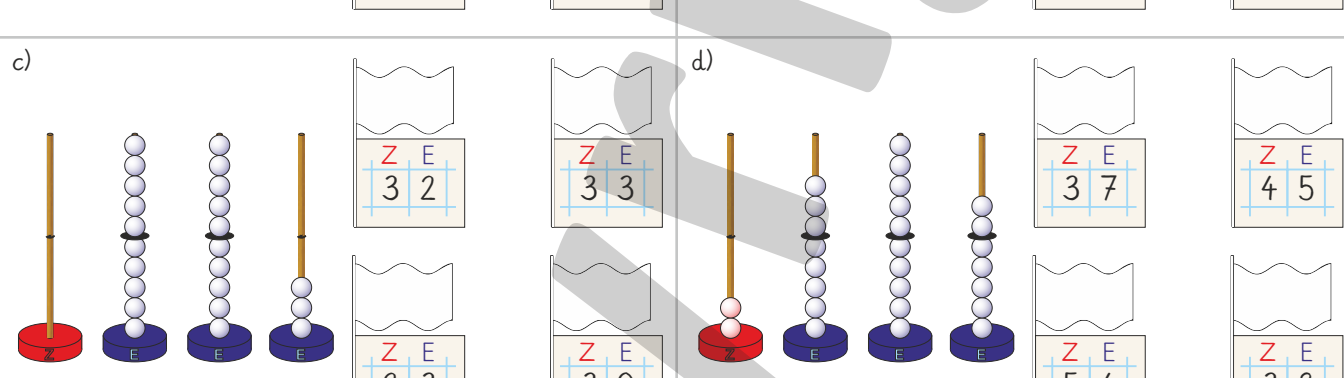
Beispiel



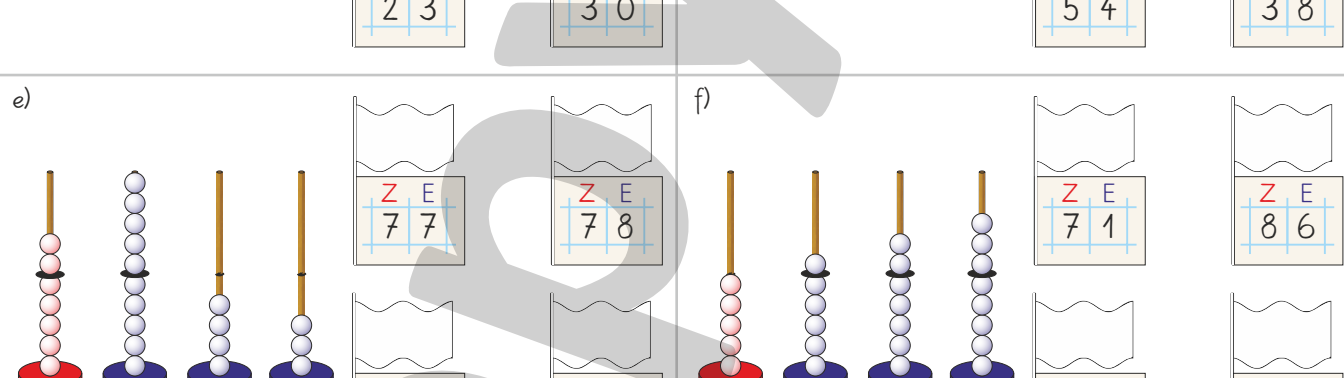
a)



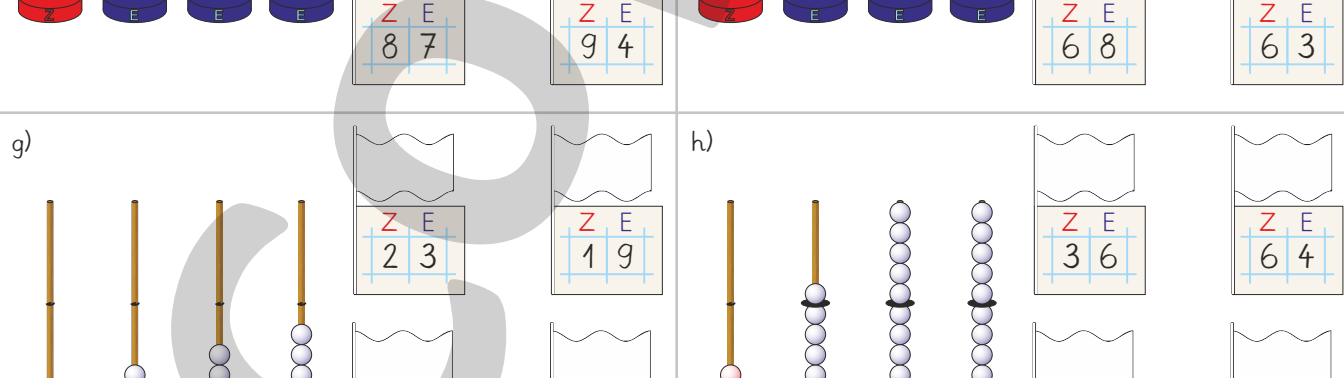
b)



c)



d)



e)



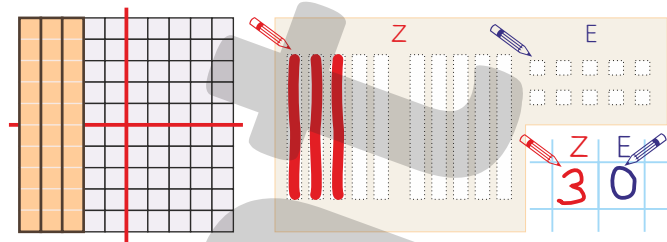
f)

g)

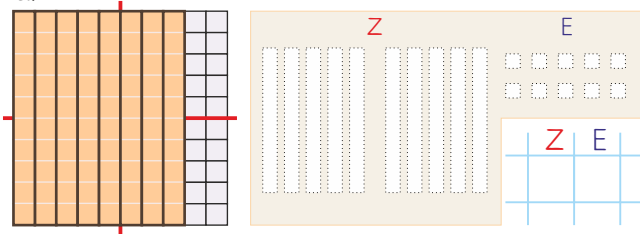
h)



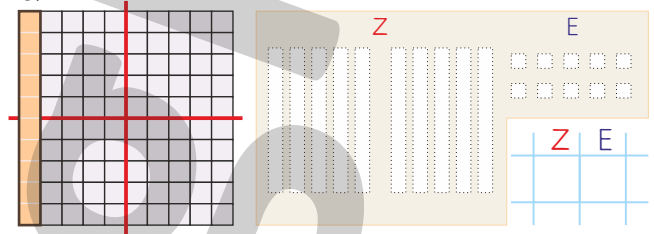
Beispiel



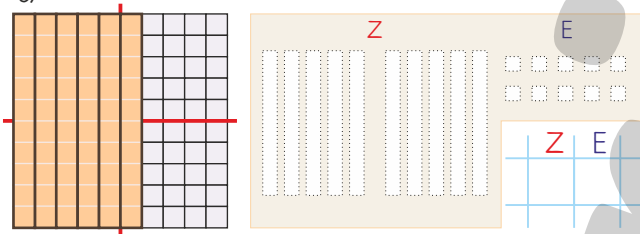
a)



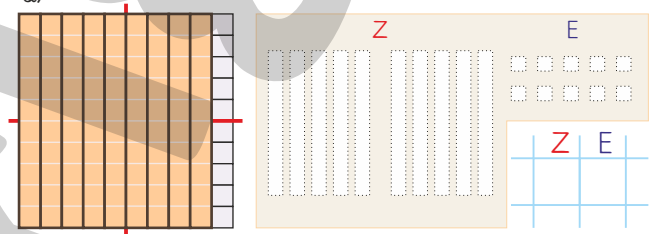
b)



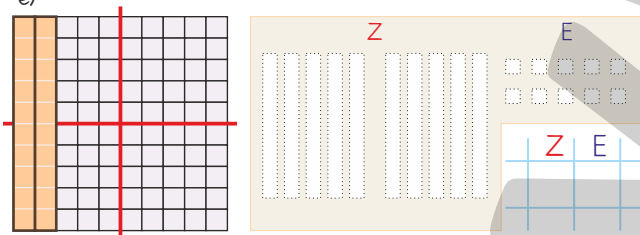
c)



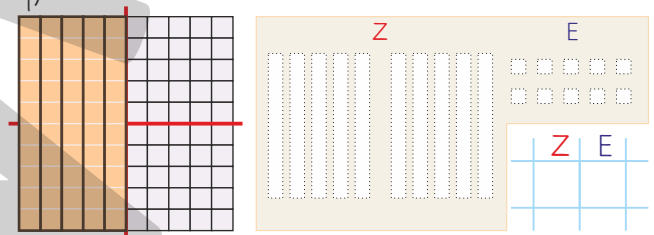
d)



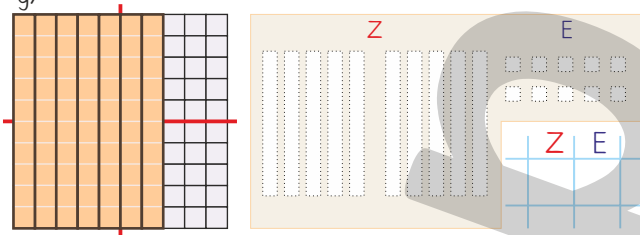
e)



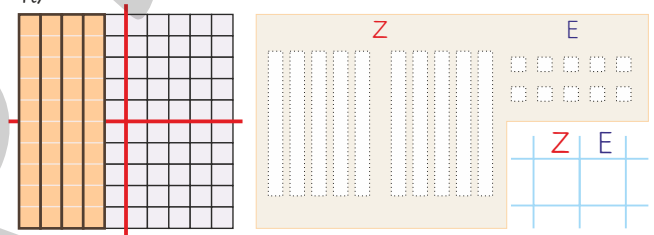
f)



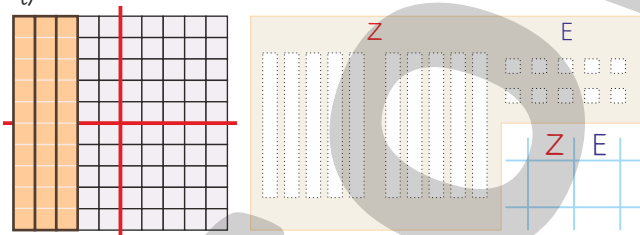
g)



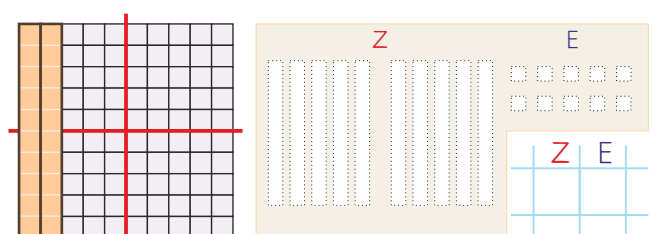
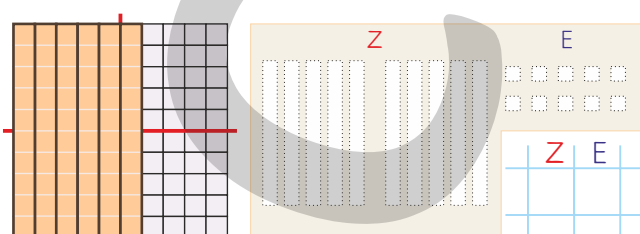
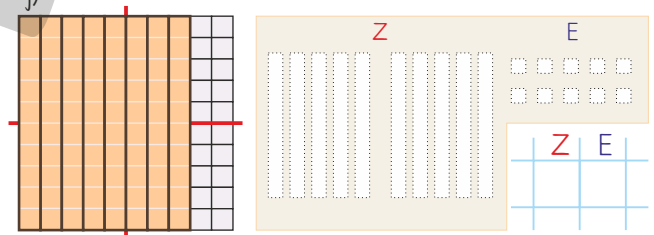
h)



i)

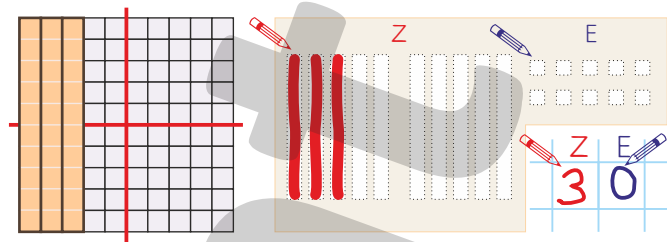


j)

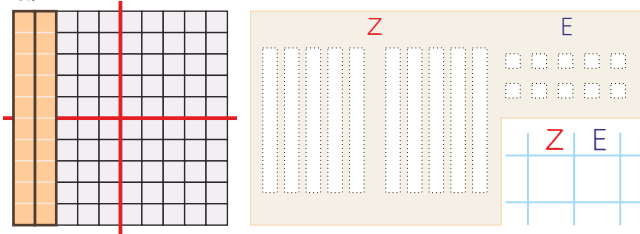




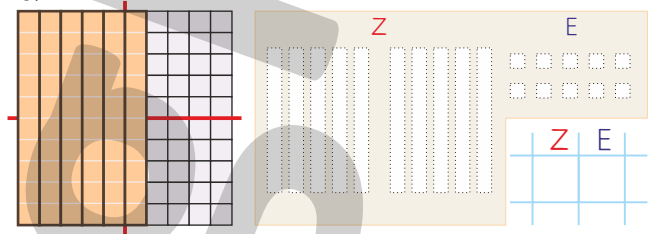
Beispiel



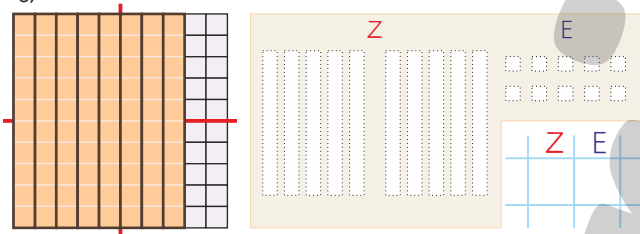
a)



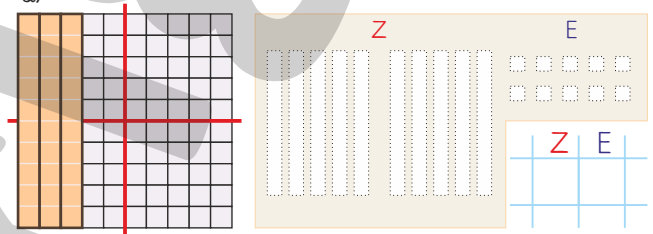
b)



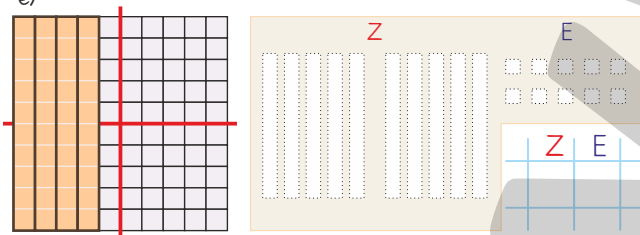
c)



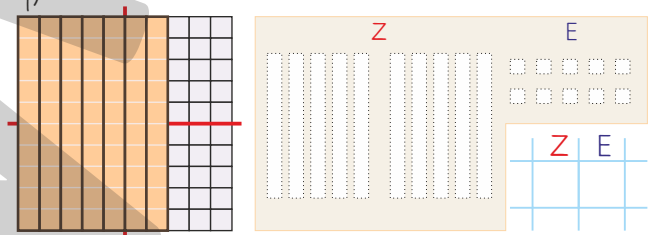
d)



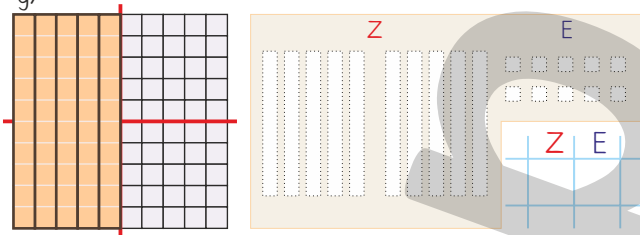
e)



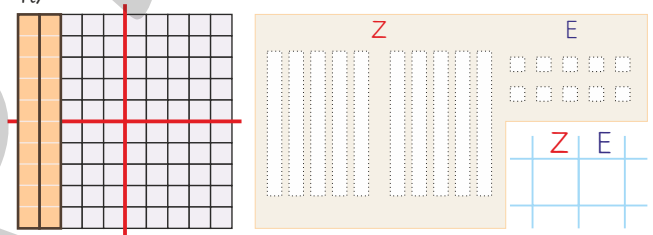
f)



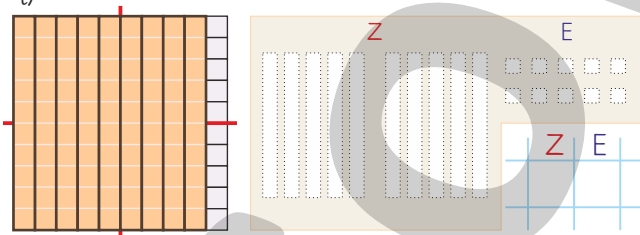
g)



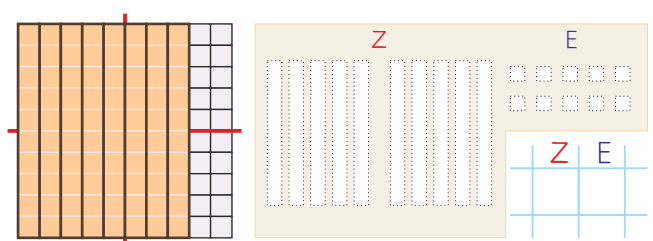
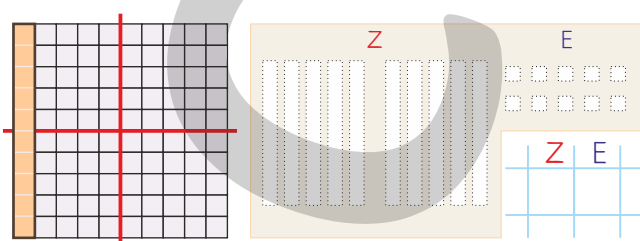
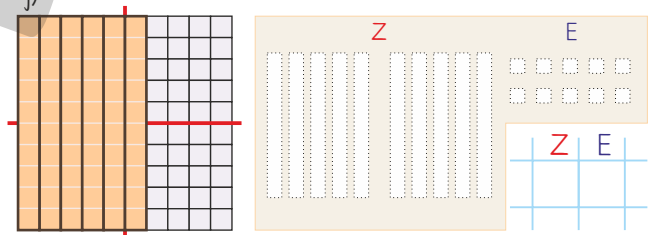
h)



i)

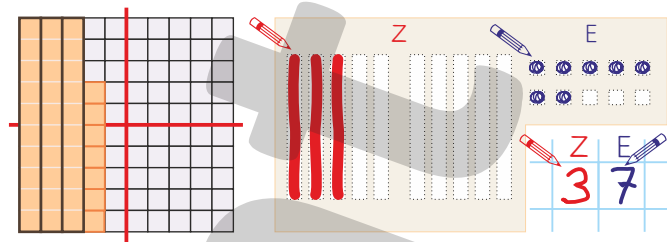


j)

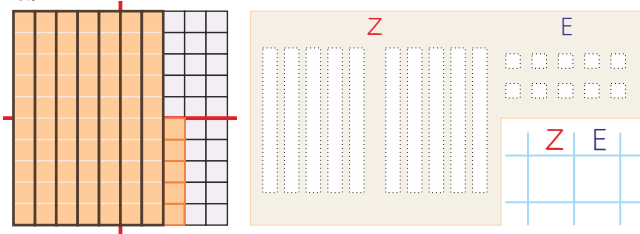




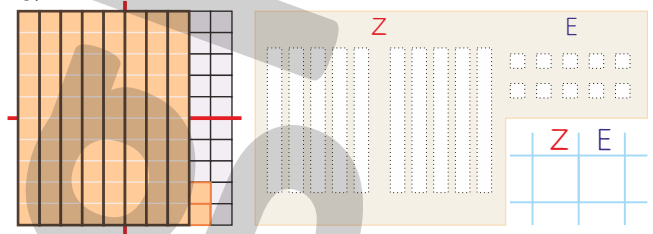
Beispiel



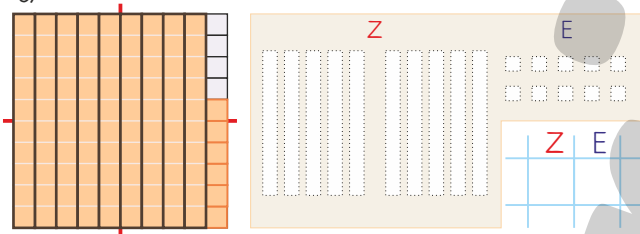
a)



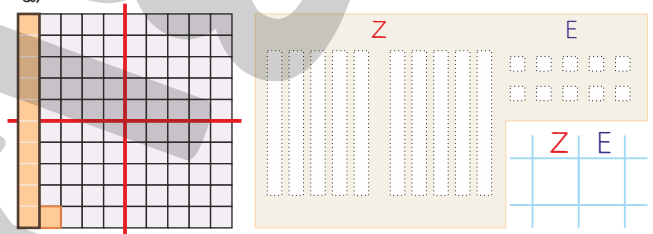
b)



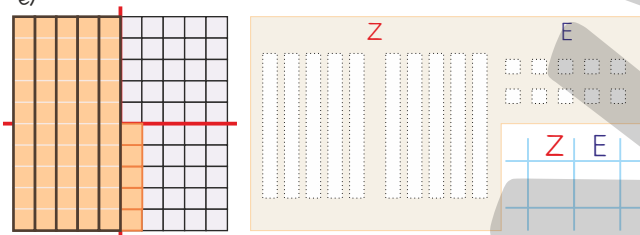
c)



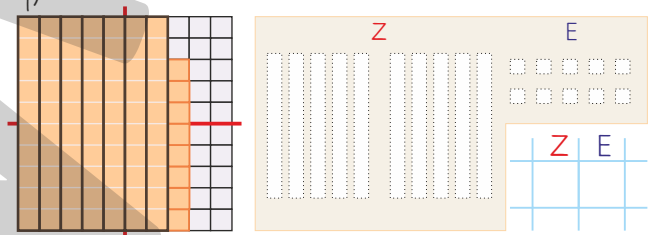
d)



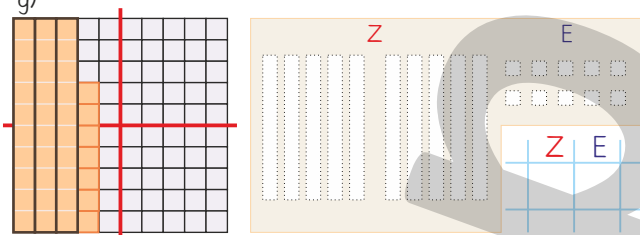
e)



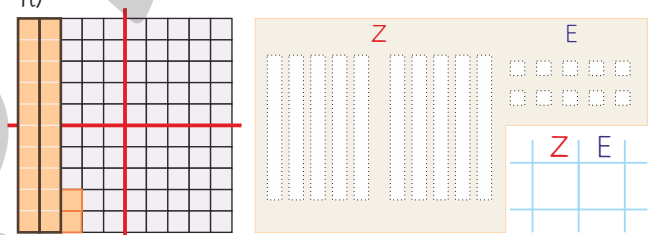
f)



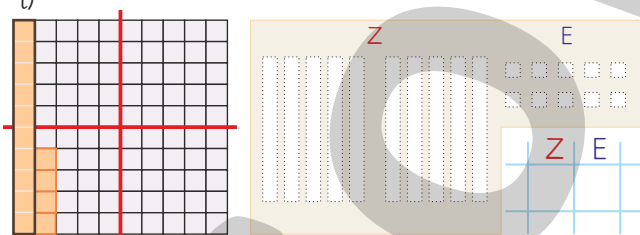
g)



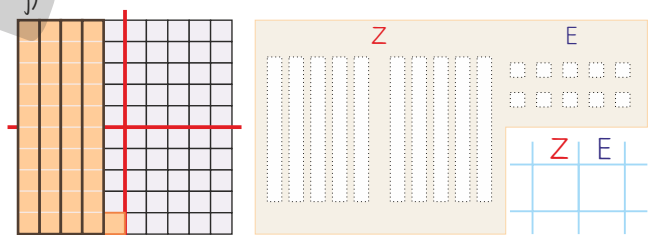
h)



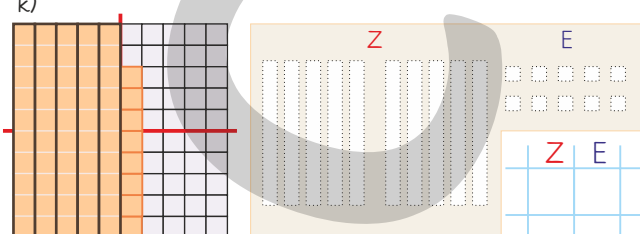
i)



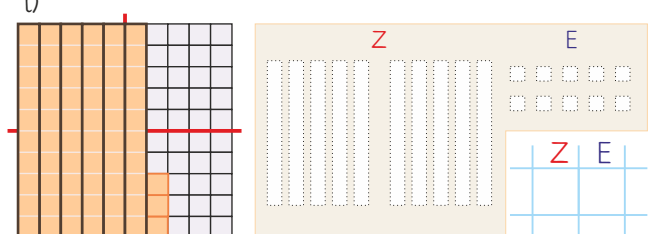
j)



k)

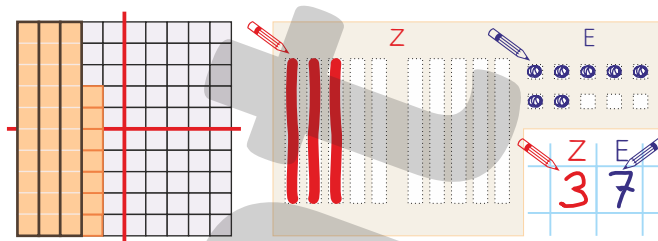


l)





Beispiel



a)

b)

c)

d)

e)

f)

g)

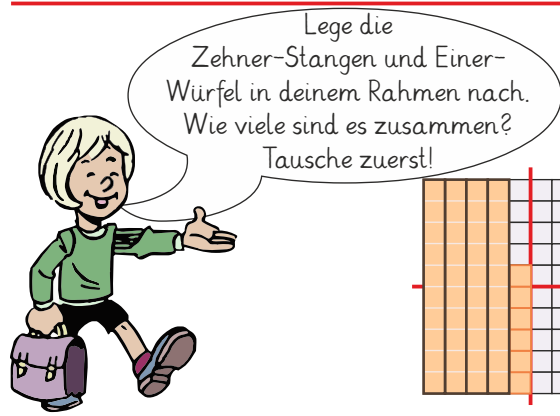
h)

i)

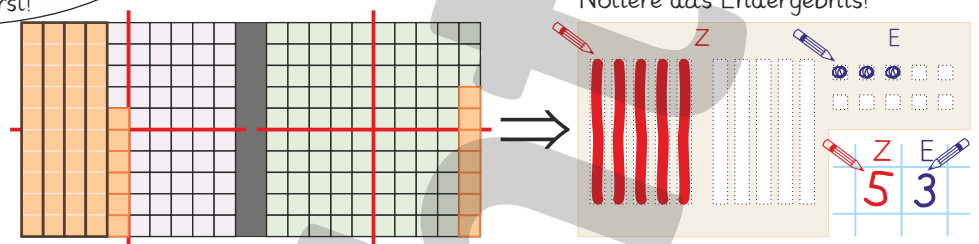
j)

k)

l)



Beispiel



a)

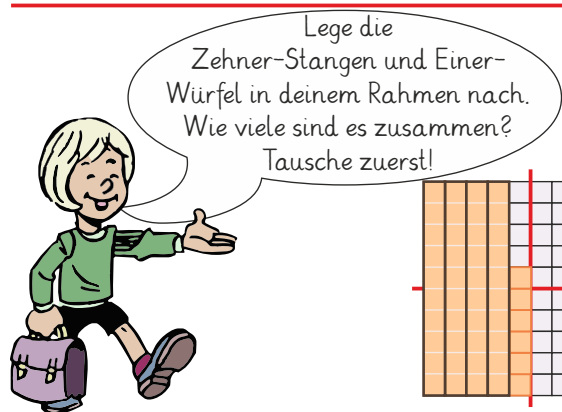
b)

c)

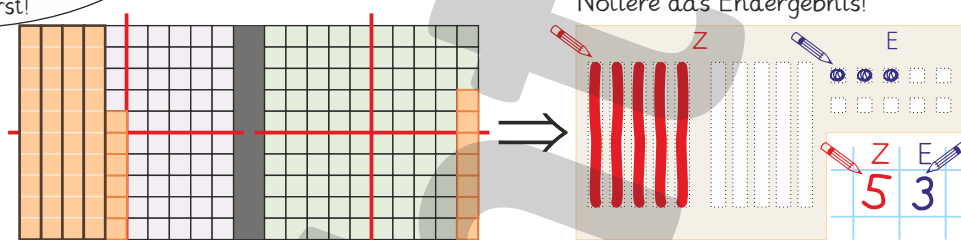
d)

e)

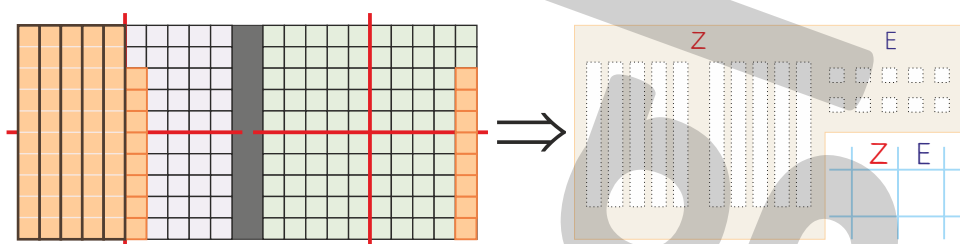
f)



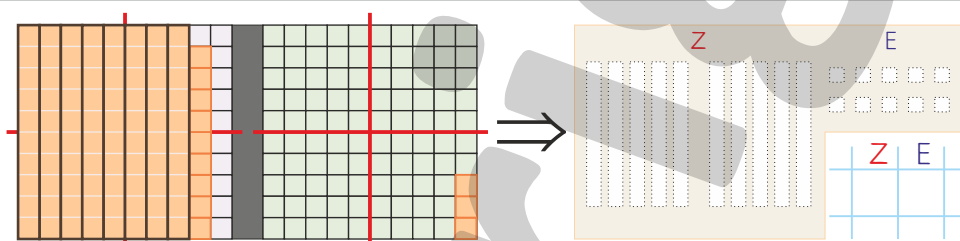
Beispiel



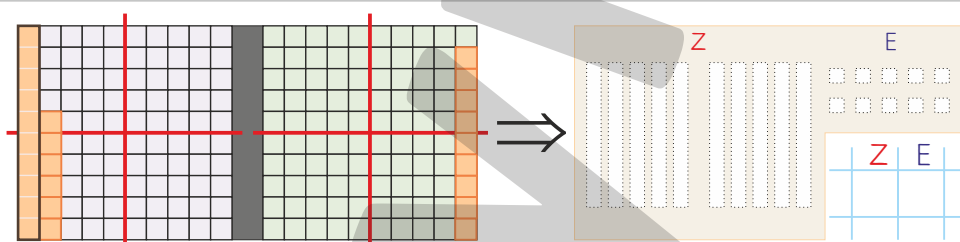
a)



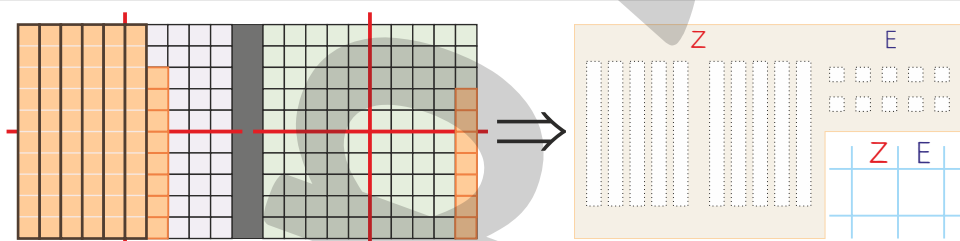
b)



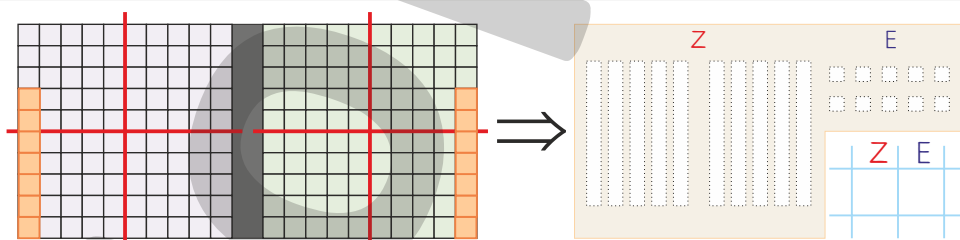
c)



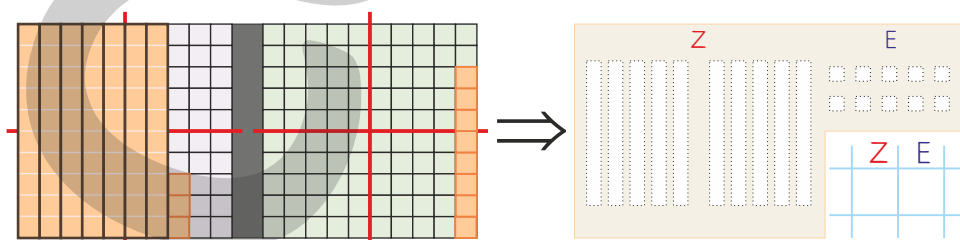
d)

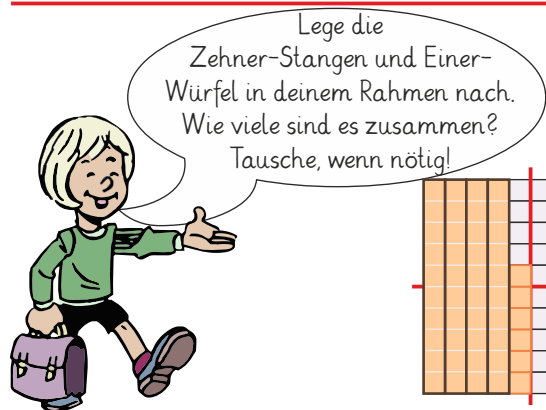


e)

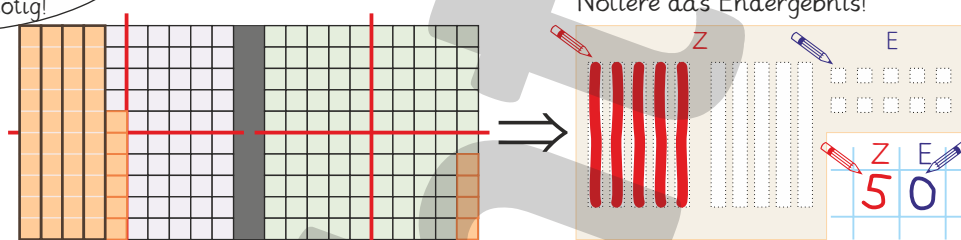


f)

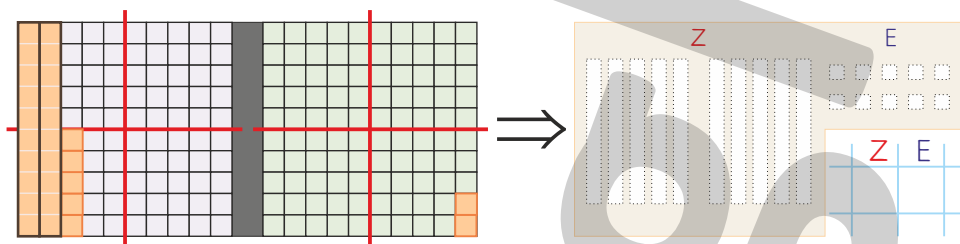




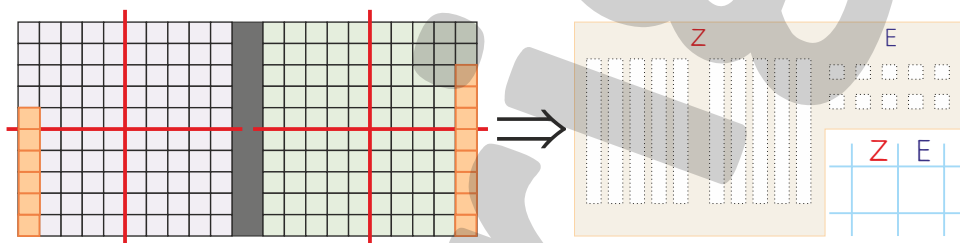
Beispiel



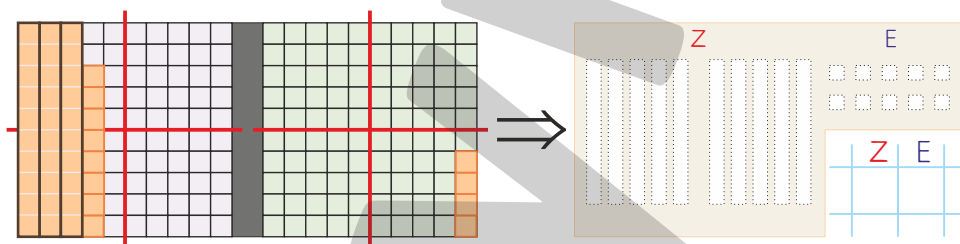
a)



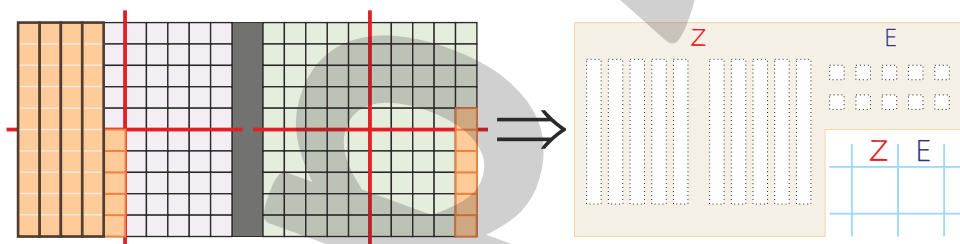
b)



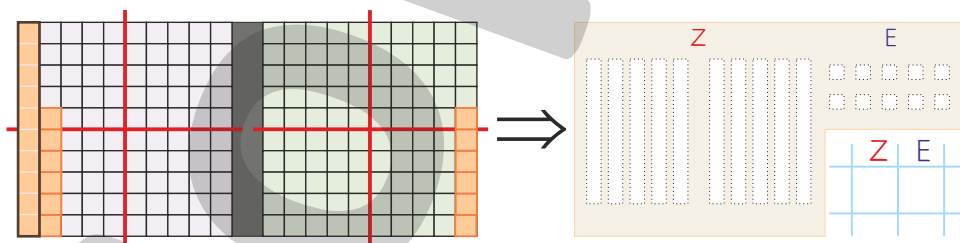
c)



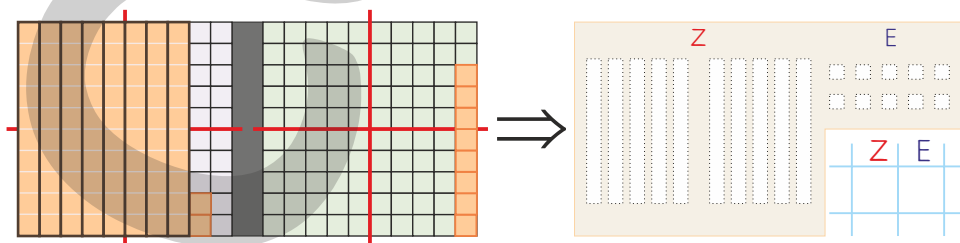
d)

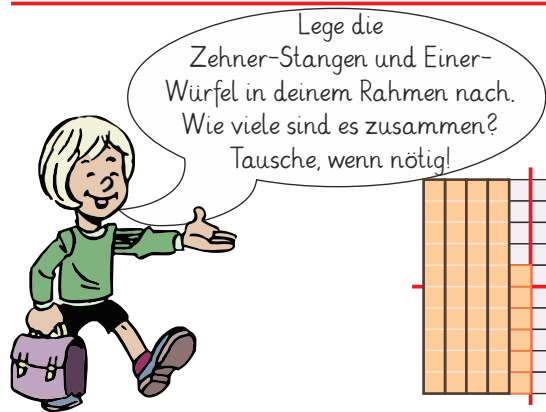


e)

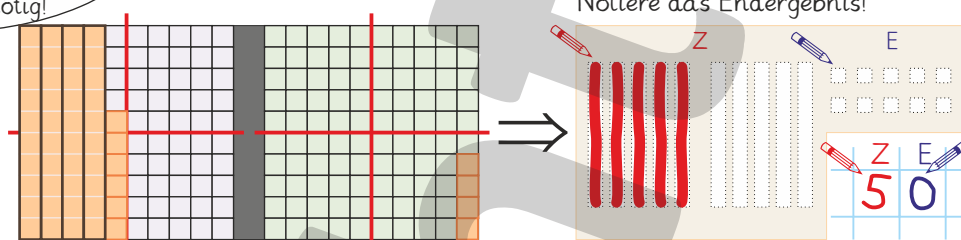


f)

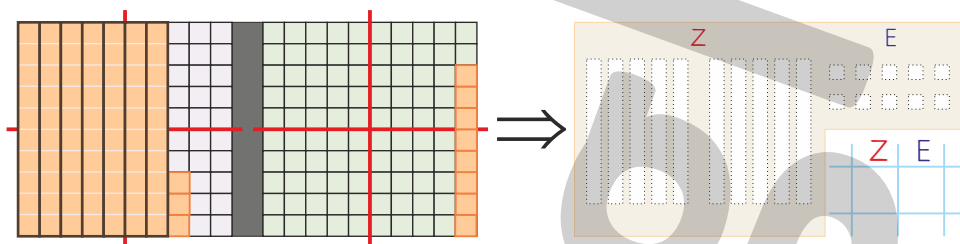




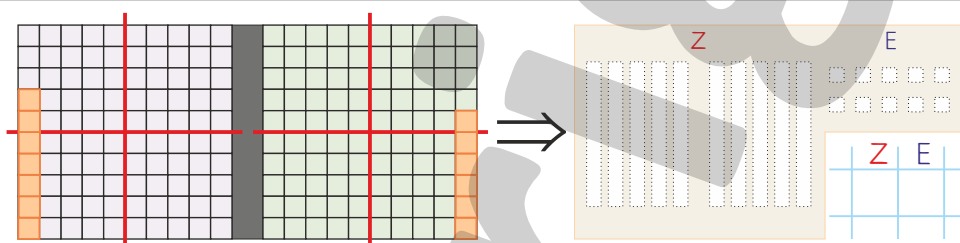
Beispiel



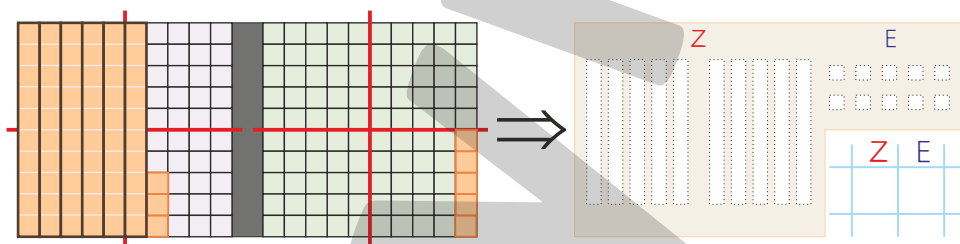
a)



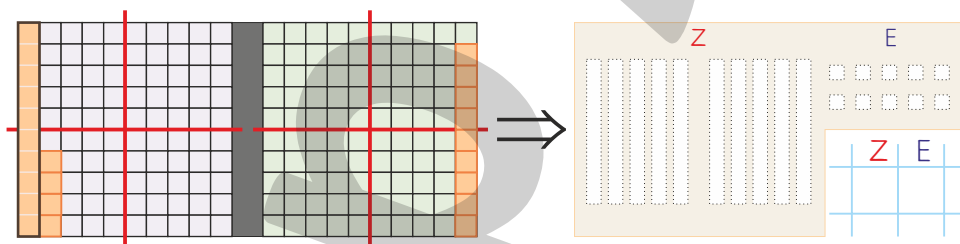
b)



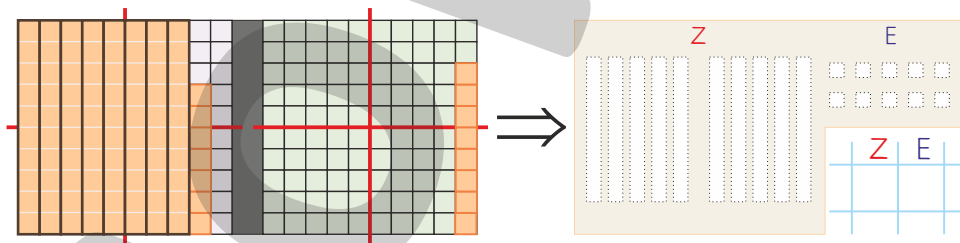
c)



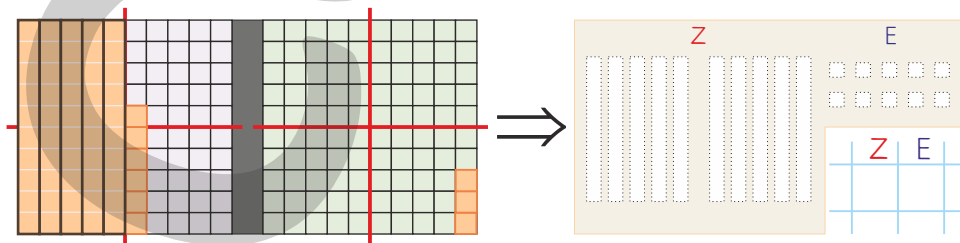
d)

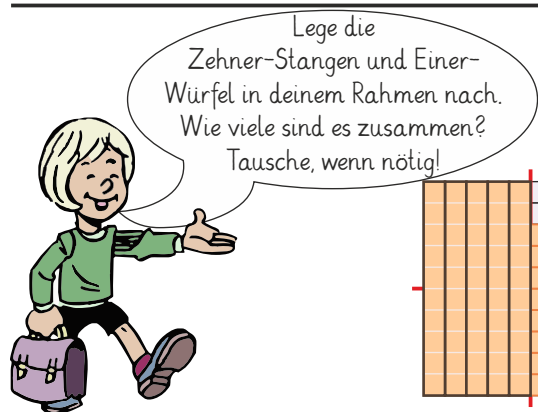


e)



f)





Beispiel

Notiere das Endergebnis!

Z	E
7	4

a)

Z	E

b)

Z	E

c)

Z	E

d)

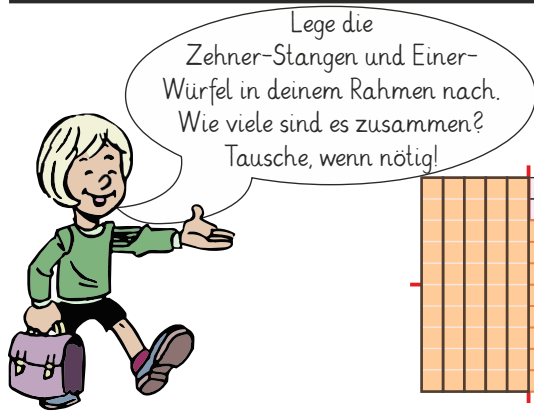
Z	E

e)

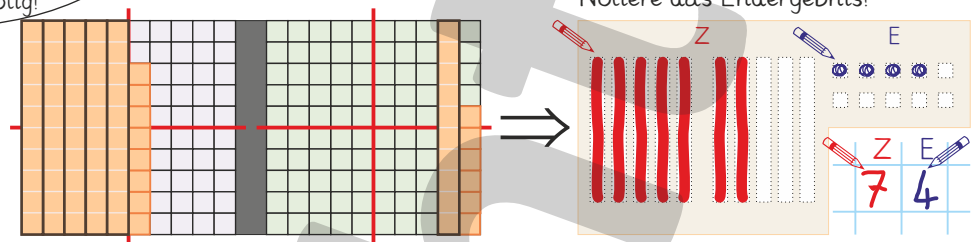
Z	E

f)

Z	E



Beispiel



a)

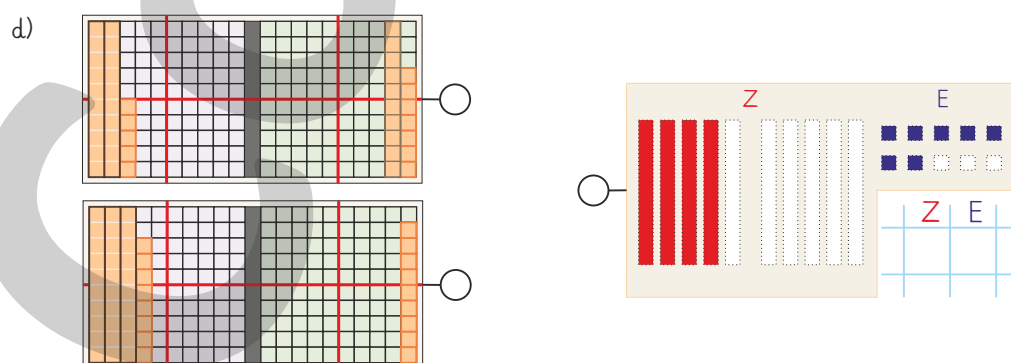
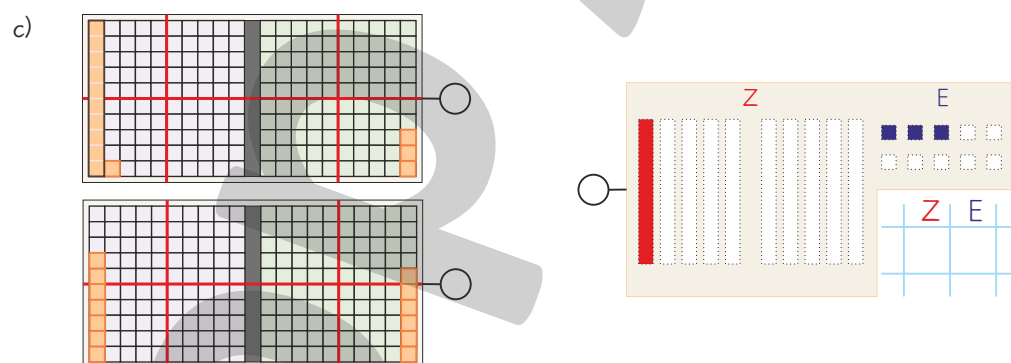
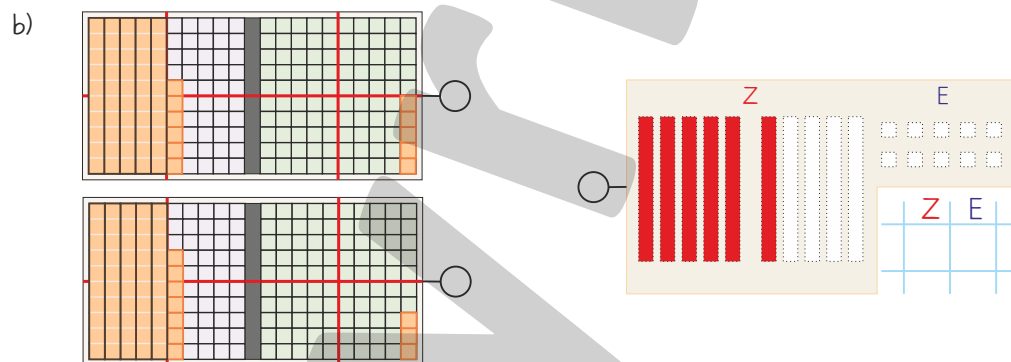
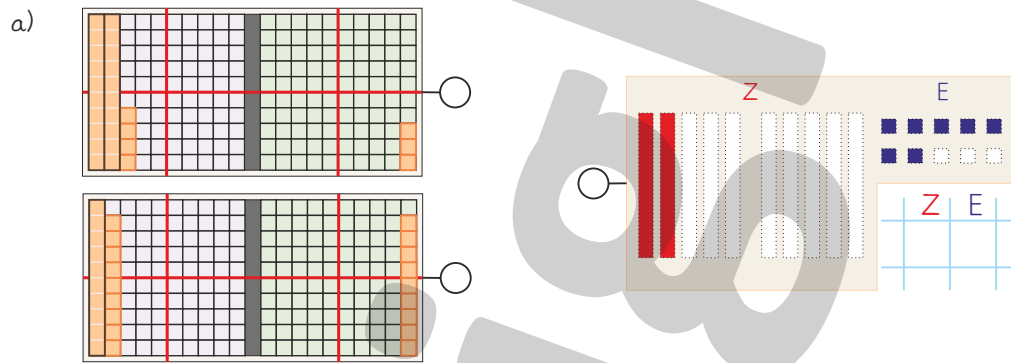
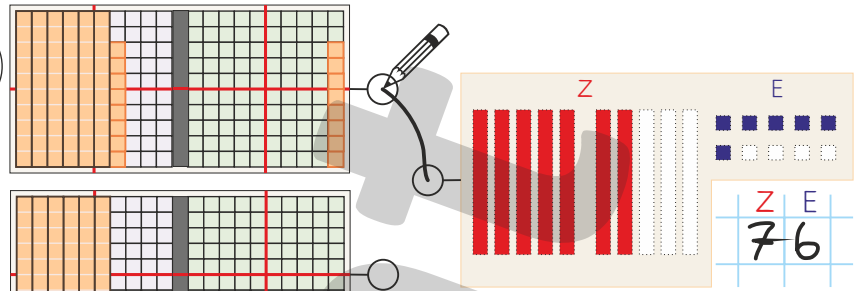
b)

c)

d)

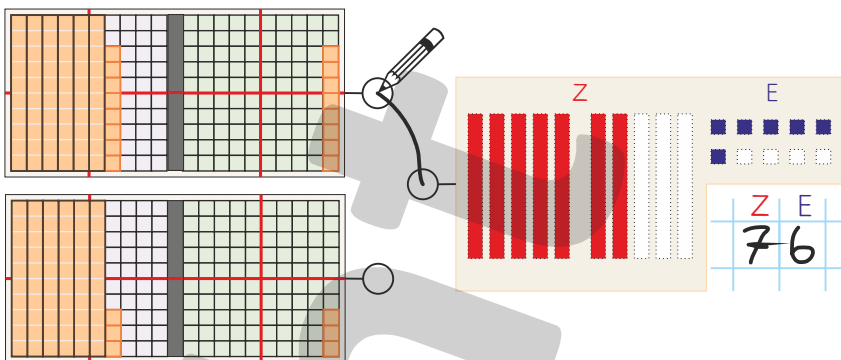
e)

f)

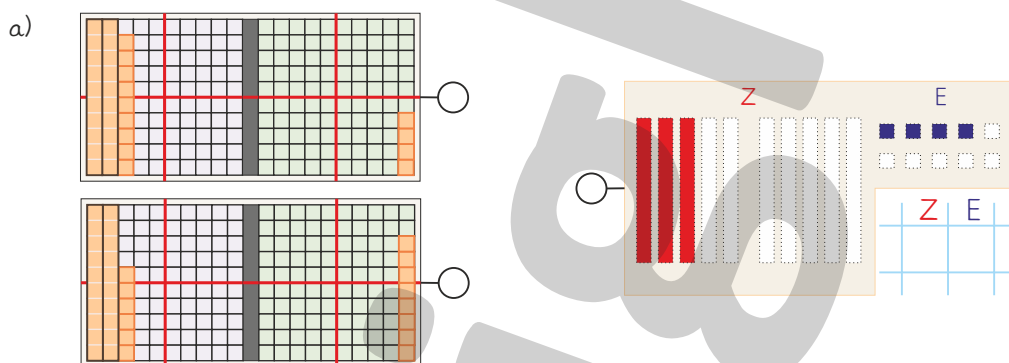


Lege die Zehner-Stangen und Einer-Würfel in deinem Rahmen nach. Welcher Rahmen passt zur Tabelle?

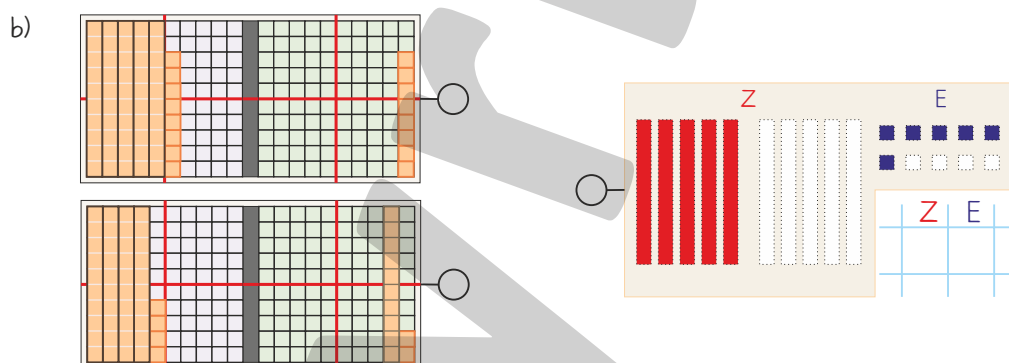
Beispiel
Probiere beides in deinem Rechenrahmen aus.
Verbinde dann!

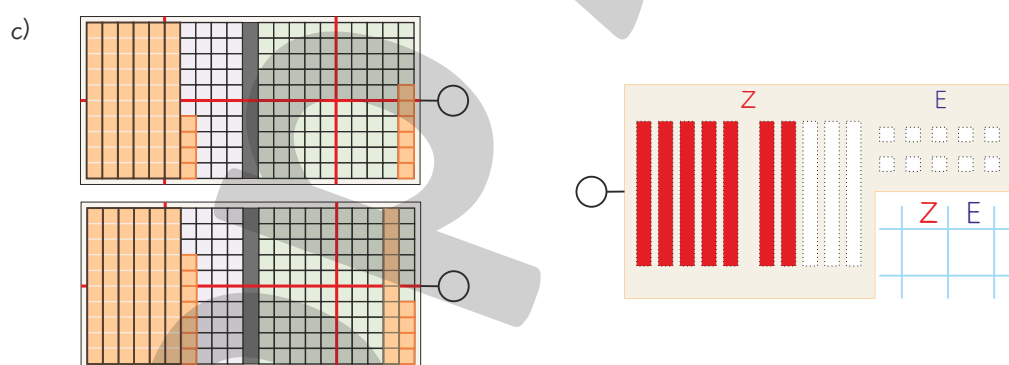
a)



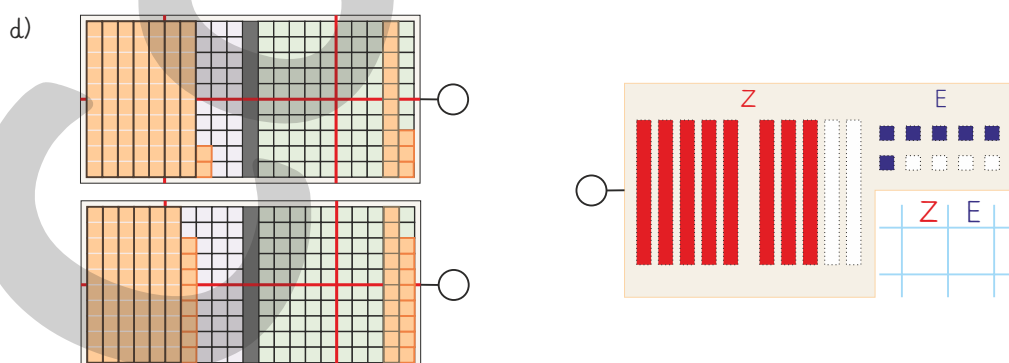
b)

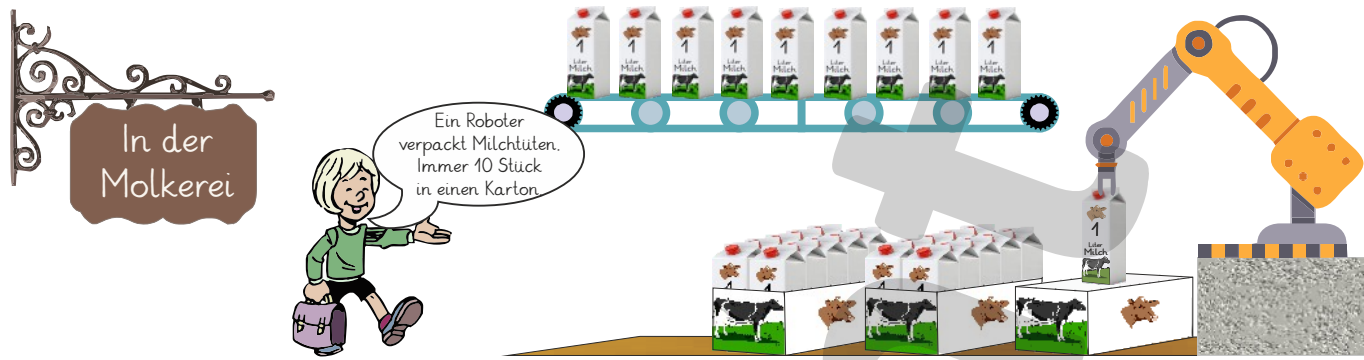


c)



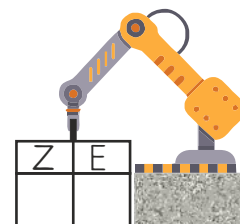
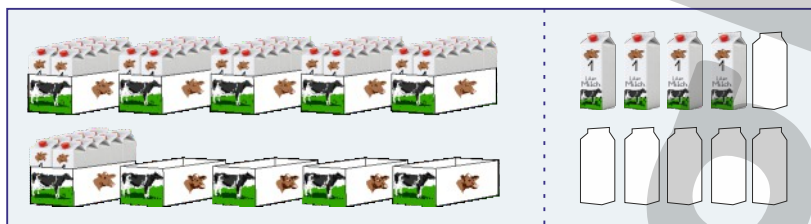
d)



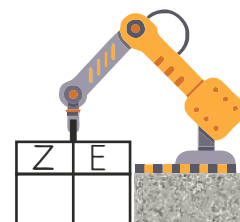
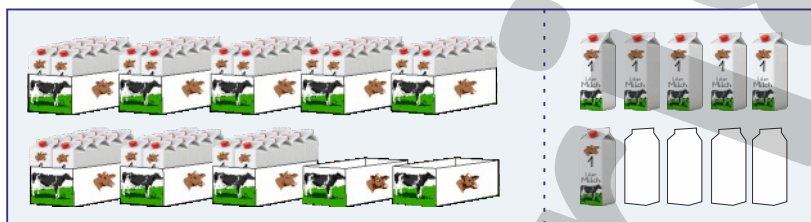


Wie viele Milchtüten sind es zusammen? Schreibe es in die Tabelle am Roboterarm!

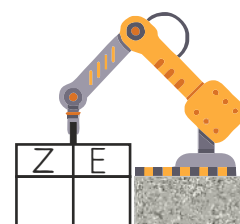
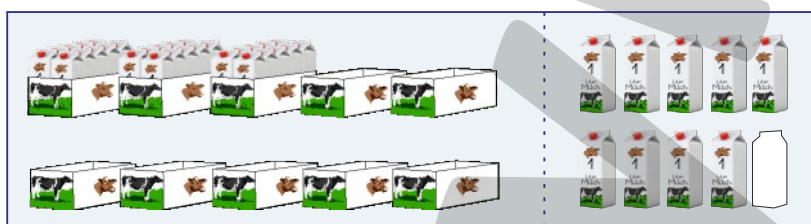
a)



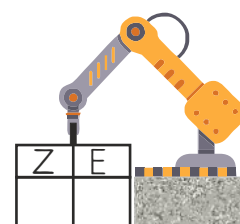
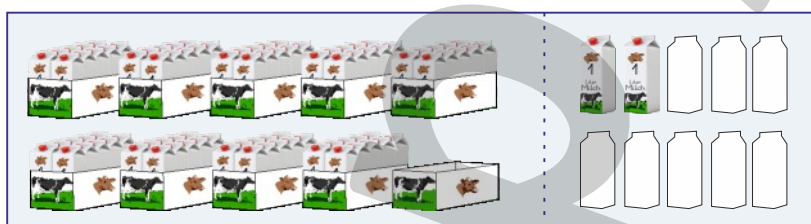
b)



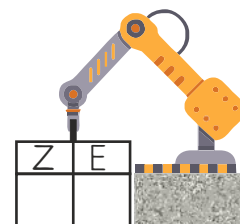
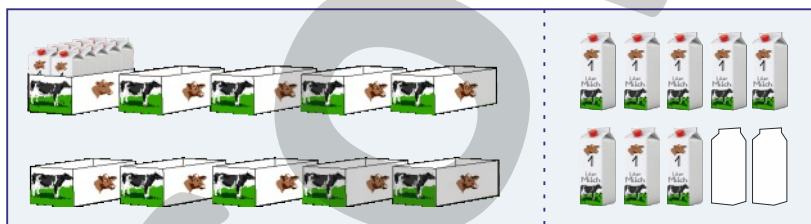
c)



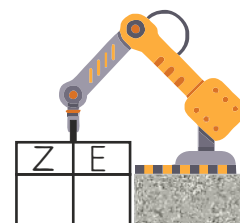
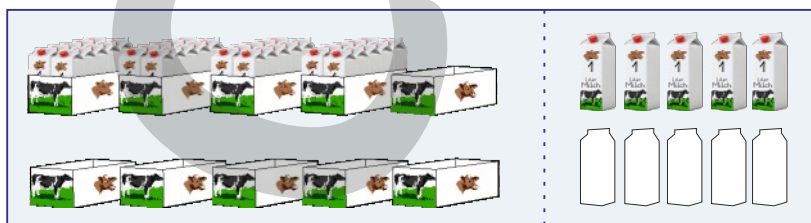
d)

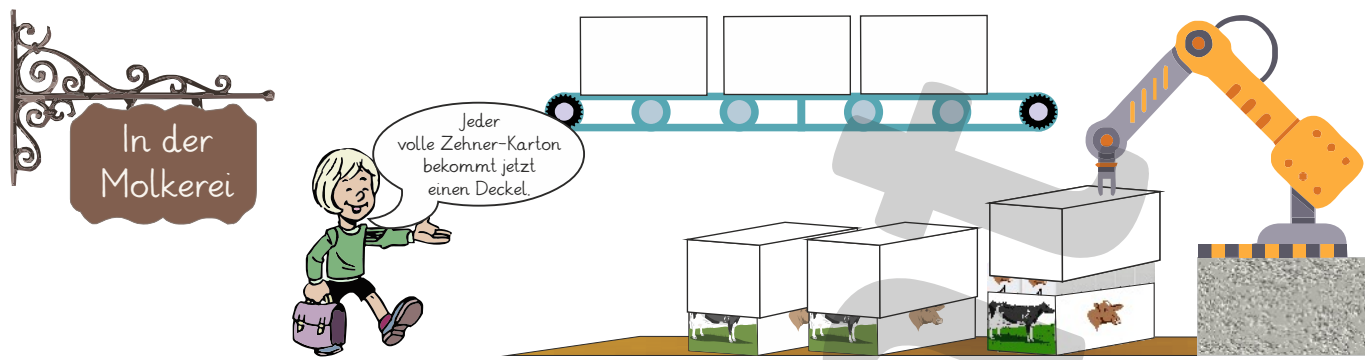


e)



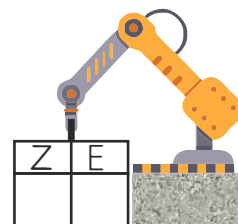
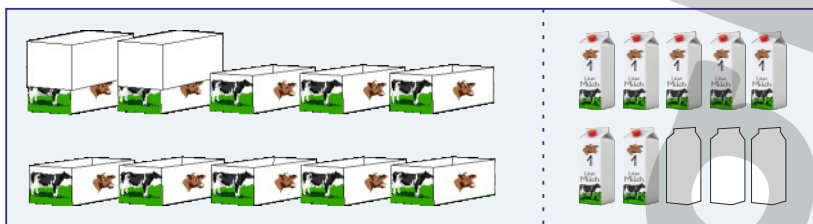
f)



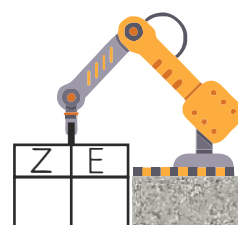
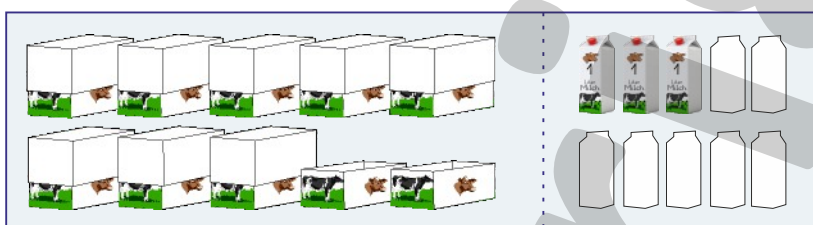


Wie viele Milchtüten sind es zusammen? Schreibe es in die Tabelle am Roboterarm!

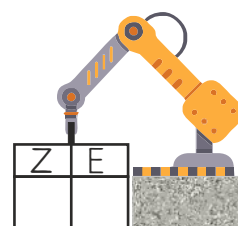
a)



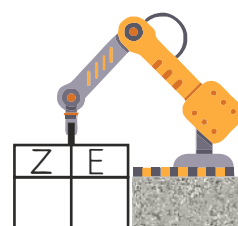
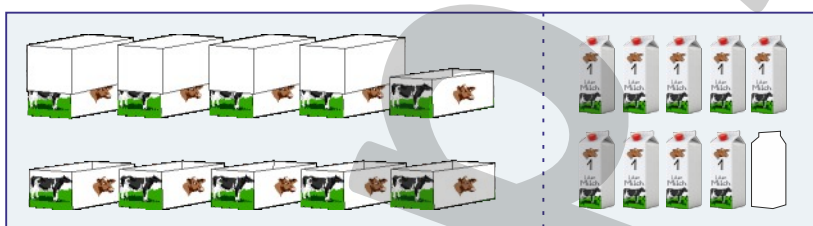
b)



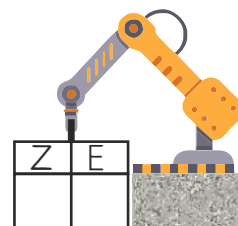
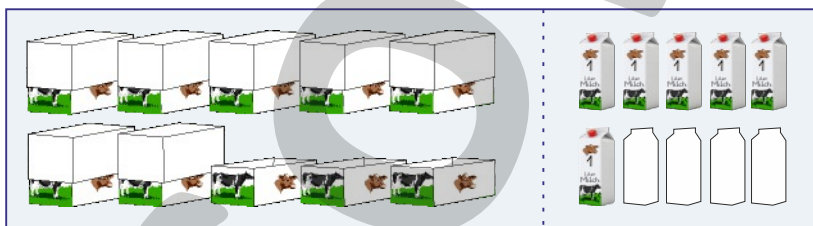
c)



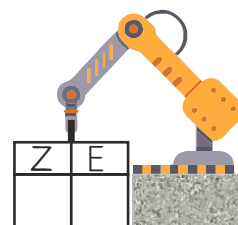
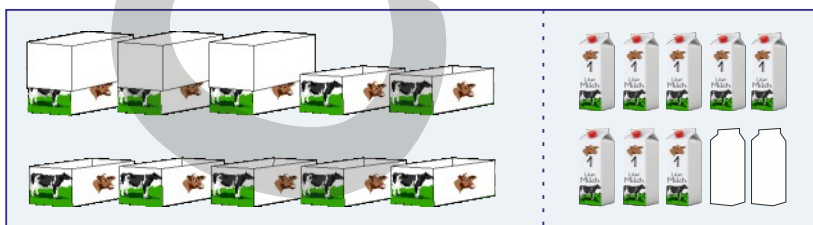
d)

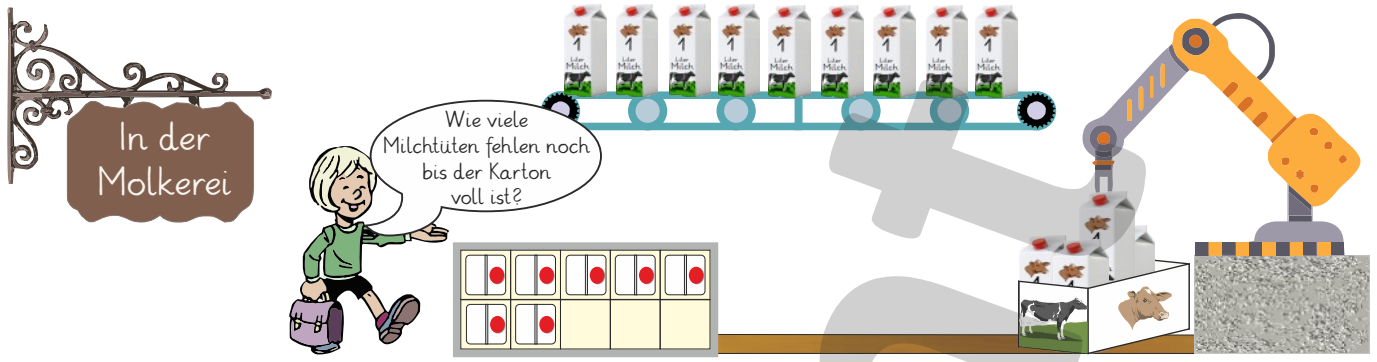


e)



f)





a) *Beispiel*

Der Roboter muss noch
 6
 verpacken.

Wie viele Milchtüten sind es dann?

Z	E
7	0

b)

Der Roboter muss noch

 verpacken.

Z	E

c)

Der Roboter muss noch

 verpacken.

Z	E

d)

Der Roboter muss noch

 verpacken.

Z	E

e)

Der Roboter muss noch

 verpacken.

Z	E

f)

Der Roboter muss noch

 verpacken.

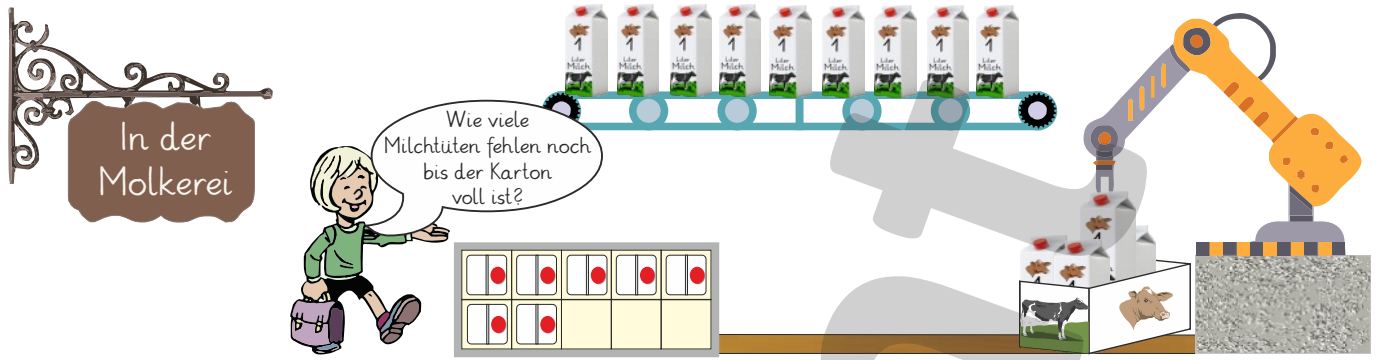
Z	E

g)

Der Roboter muss noch

 verpacken.

Z	E



a) *Beispiel*

Der Roboter muss noch
 6
 verpacken.

Wie viele Milchtüten sind es dann?

Z	E
7	0

d)

Der Roboter muss noch

 verpacken.

Z	E

e)

Der Roboter muss noch

 verpacken.

Z	E

f)

Der Roboter muss noch

 verpacken.

Z	E

g)

Der Roboter muss noch

 verpacken.

Z	E

h)

Der Roboter muss noch

 verpacken.

Z	E

i)

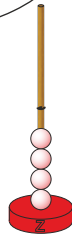
Der Roboter muss noch

 verpacken.

Z	E



Beispiel



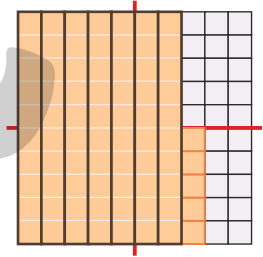
Lese laut vor!

< ? >

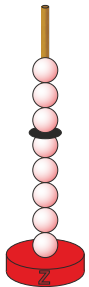
Z	E
4	2

<

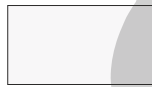
Z	E
7	5



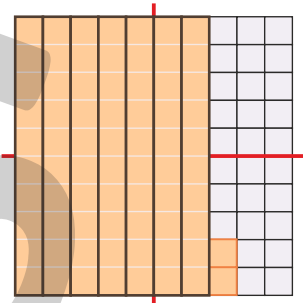
a)



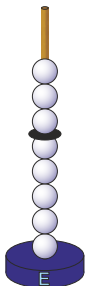
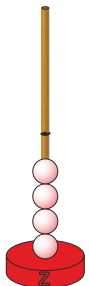
Z	E
2	3



Z	E
5	4



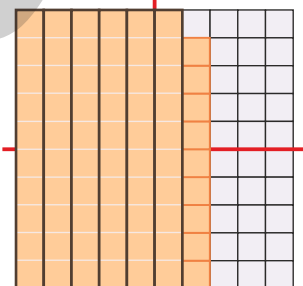
b)



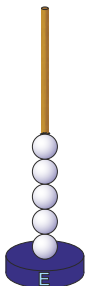
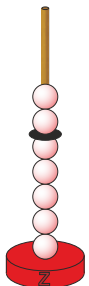
Z	E
3	4



Z	E
4	5



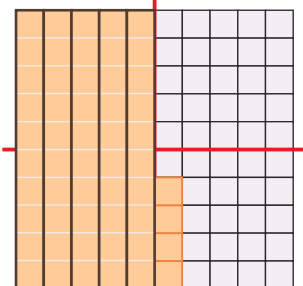
c)



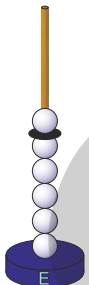
Z	E
4	5



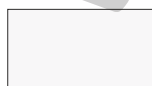
Z	E
5	4



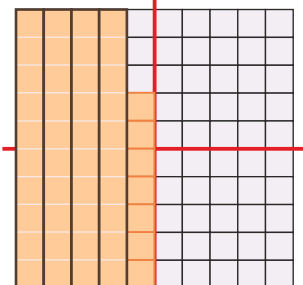
d)



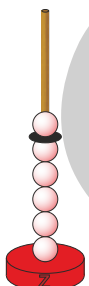
Z	E
5	4



Z	E
4	5



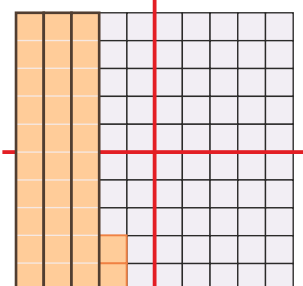
e)



Z	E
3	4

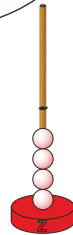


Z	E
4	5



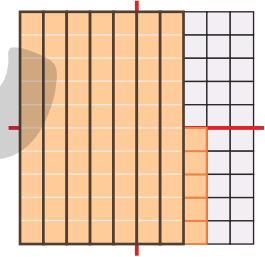


Beispiel

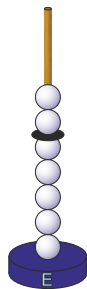


Lese laut vor!
 $< ? >$

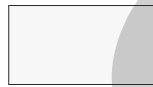
Z	E		Z	E
4	2	$<$	7	5



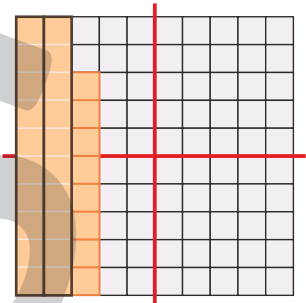
a)



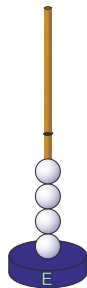
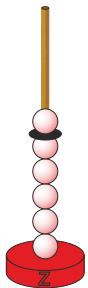
Z	E



Z	E



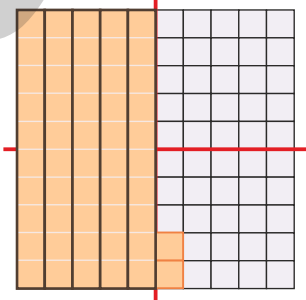
b)



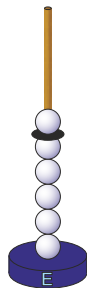
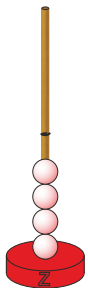
Z	E



Z	E



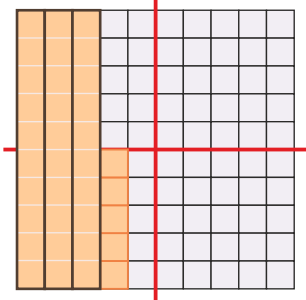
c)



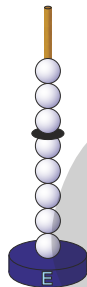
Z	E



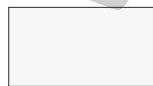
Z	E



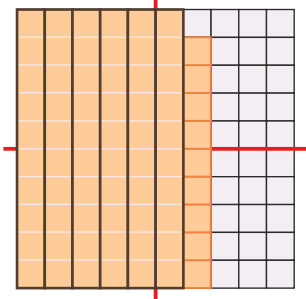
d)



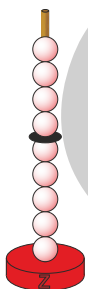
Z	E



Z	E



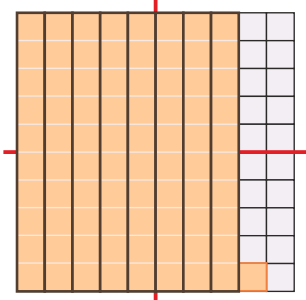
e)



Z	E

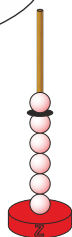


Z	E





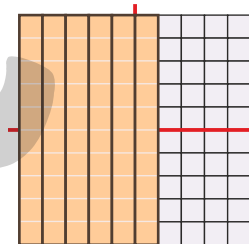
Beispiel



Lese laut vor!

< = >

Z	E		Z	E
6	2	>	6	0



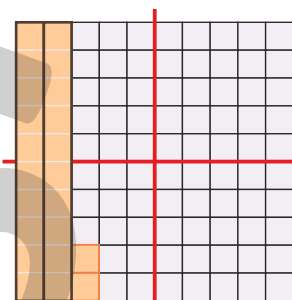
a)



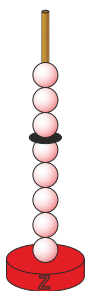
Z	E



Z	E



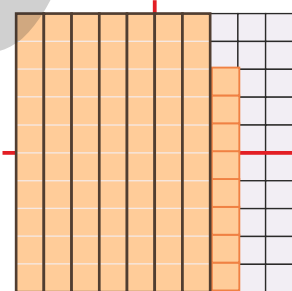
b)



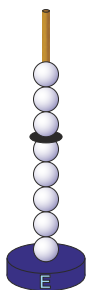
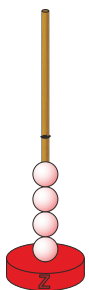
Z	E



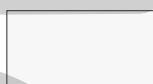
Z	E



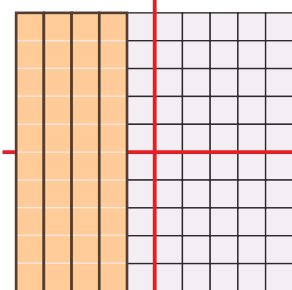
c)



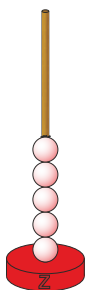
Z	E



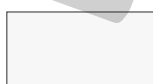
Z	E



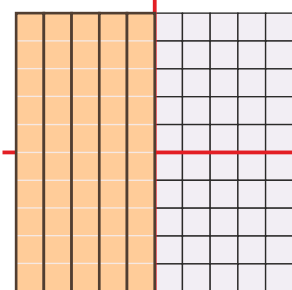
d)



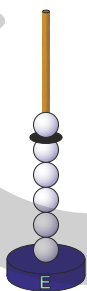
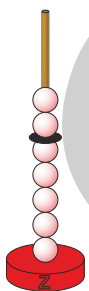
Z	E



Z	E



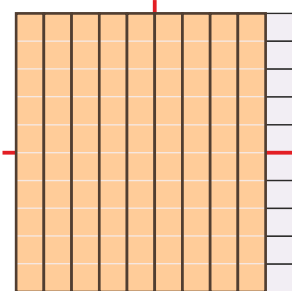
e)



Z	E

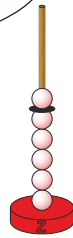


Z	E





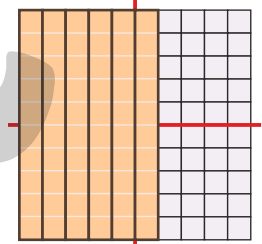
Beispiel



Lese laut vor!

$<$ $=$ $>$

Z	E		Z	E
6	2	$>$	6	0



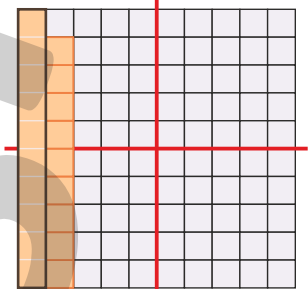
a)



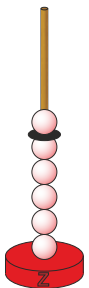
Z	E



Z	E



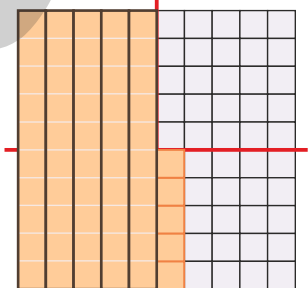
b)



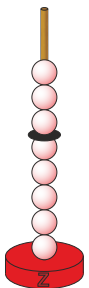
Z	E



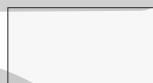
Z	E



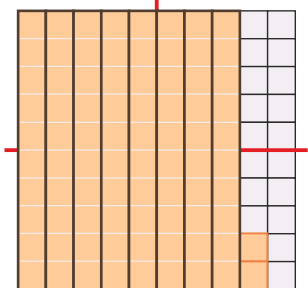
c)



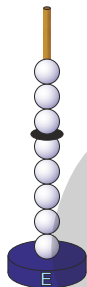
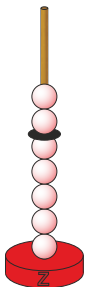
Z	E



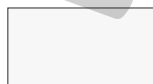
Z	E



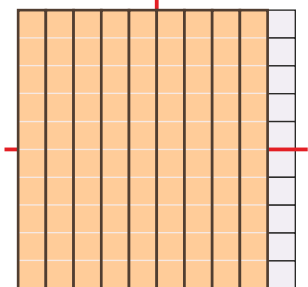
d)



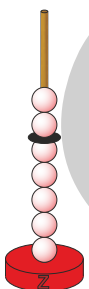
Z	E



Z	E



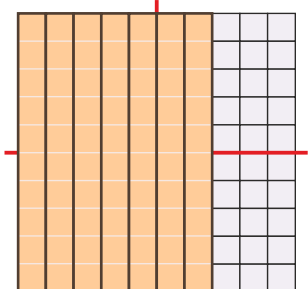
e)



Z	E

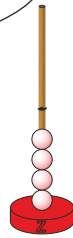


Z	E





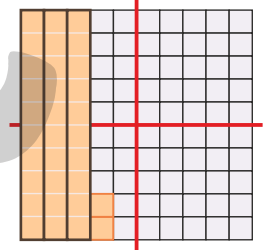
Beispiel



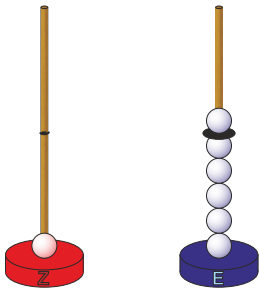
Lese laut vor!

< ? >

Z	E		Z	E
4	2	>	3	2

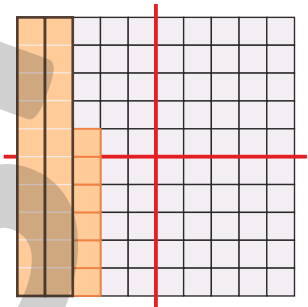


a)

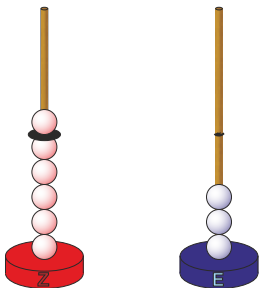


Z	E

Z	E

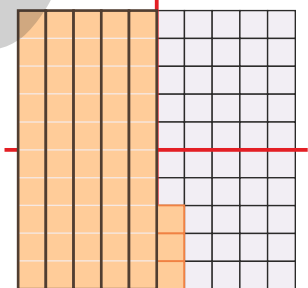


b)

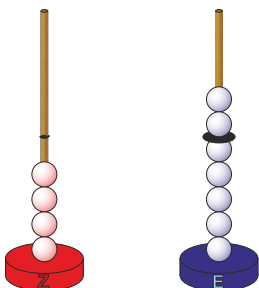


Z	E

Z	E

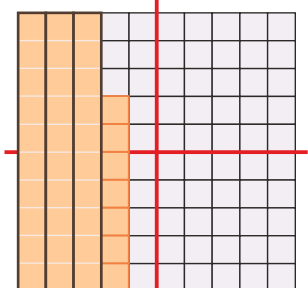


c)

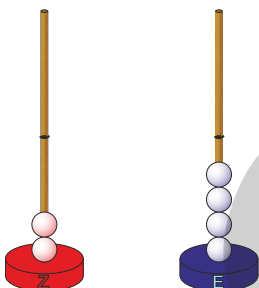


Z	E

Z	E

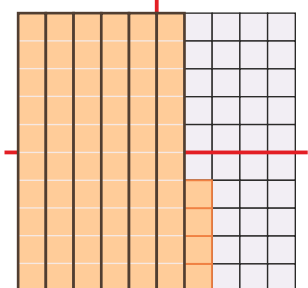


d)

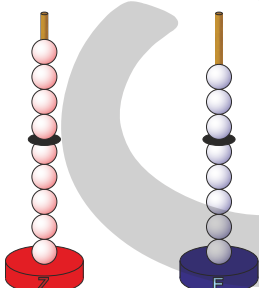


Z	E

Z	E

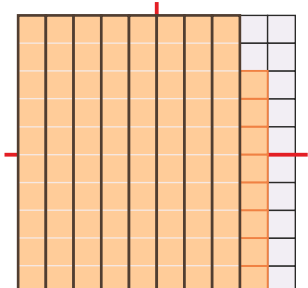


e)



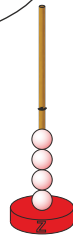
Z	E

Z	E





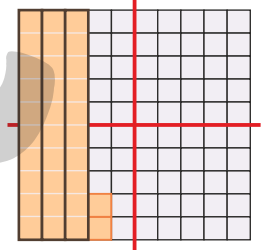
Beispiel



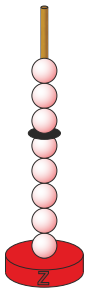
Lese laut vor!

< ? >

Z	E		Z	E
4	2	>	3	2



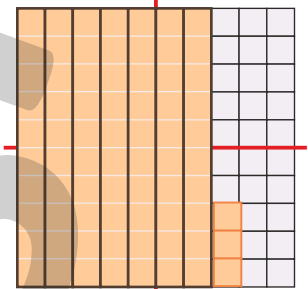
a)



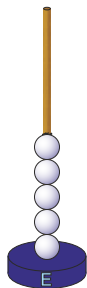
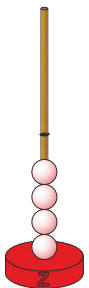
Z	E



Z	E



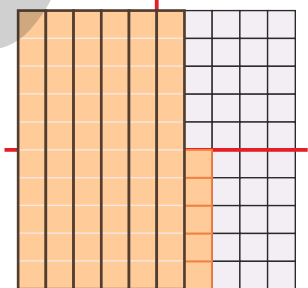
b)



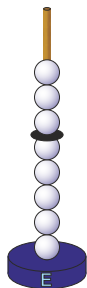
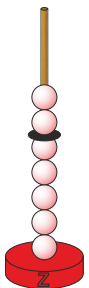
Z	E



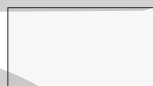
Z	E



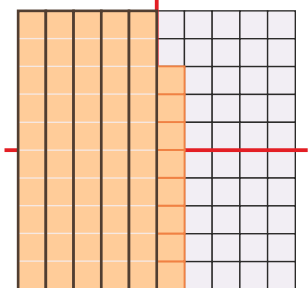
c)



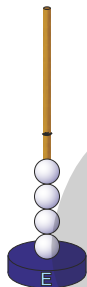
Z	E



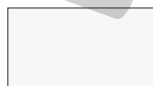
Z	E



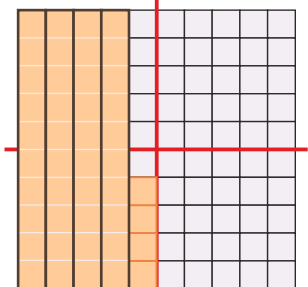
d)



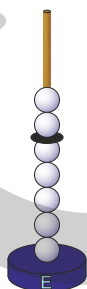
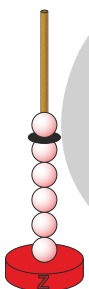
Z	E



Z	E



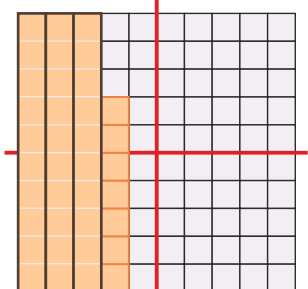
e)

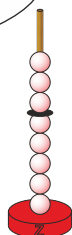


Z	E



Z	E

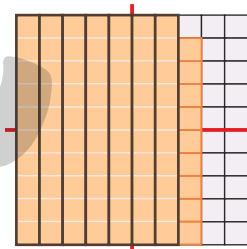




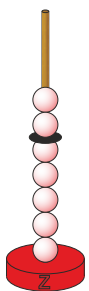
Lese laut vor!

$< ? >$

Z	E		Z	E
8	2	$>$	7	9

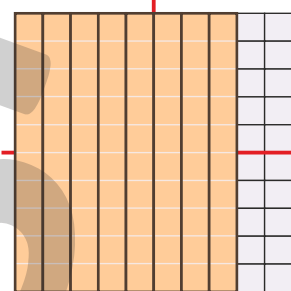


a)

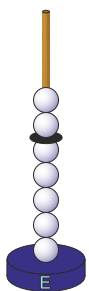
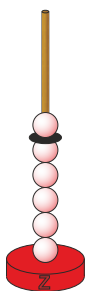


Z	E

Z	E

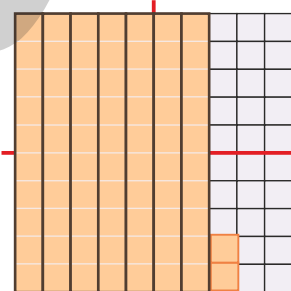


b)

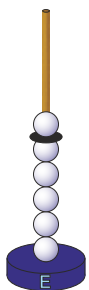
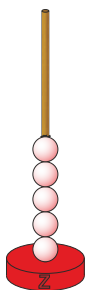


Z	E

Z	E

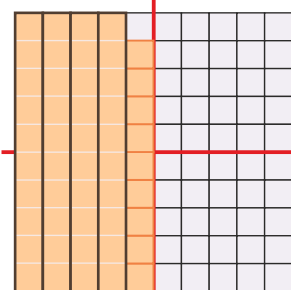


c)

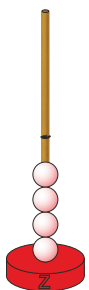


Z	E

Z	E

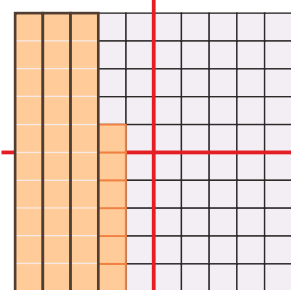


d)

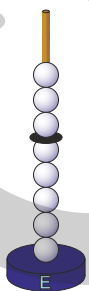
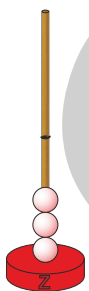


Z	E

Z	E

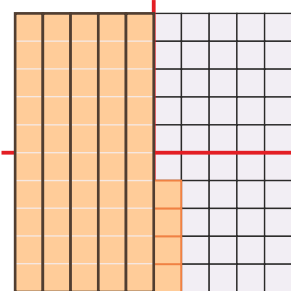


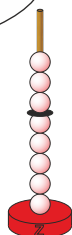
e)



Z	E

Z	E

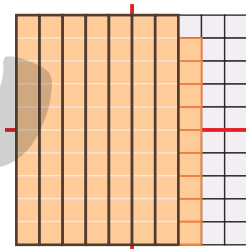




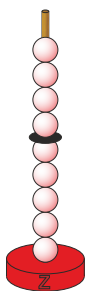
Lese laut vor!

$< ? >$

Z	E		Z	E
8	2	$>$	7	9

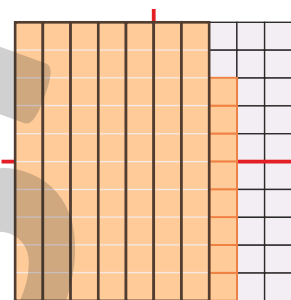


a)

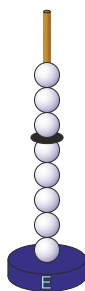


Z	E

Z	E

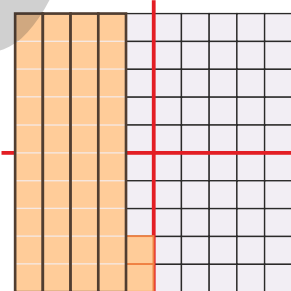


b)

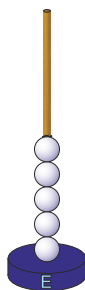
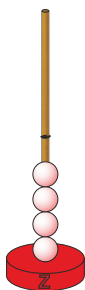


Z	E

Z	E

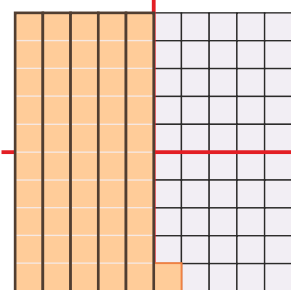


c)

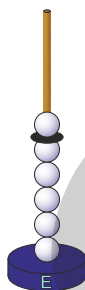
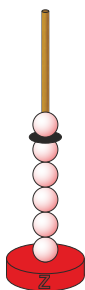


Z	E

Z	E

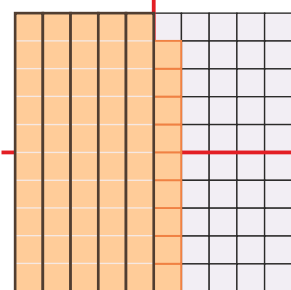


d)



Z	E

Z	E

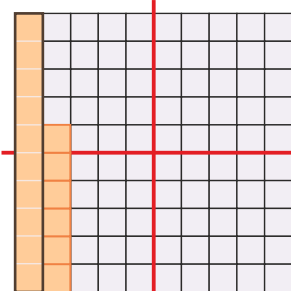


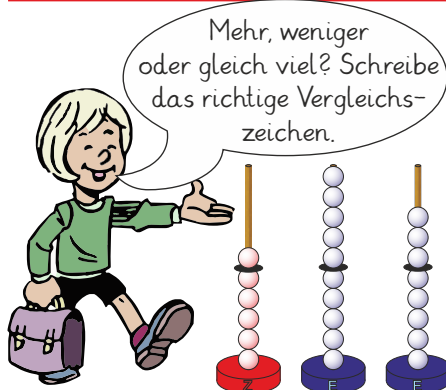
e)



Z	E

Z	E



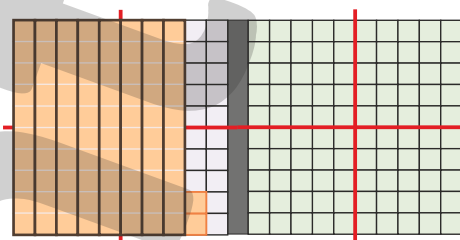


Beispiel
Tausche, wenn nötig!

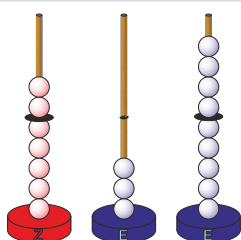
Lese laut vor!

< = >

Z	E		Z	E
7	8	<	8	2

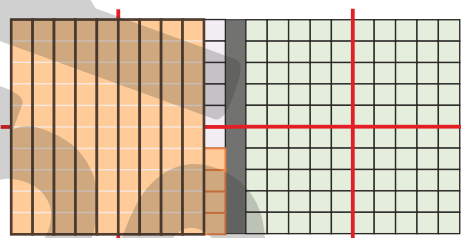


a)

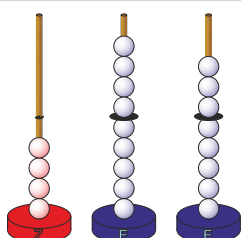


Z	E

Z	E

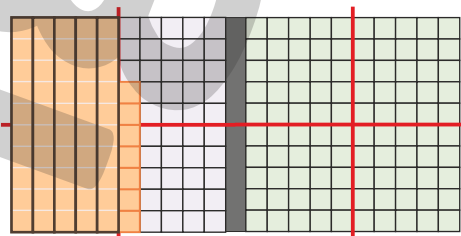


b)

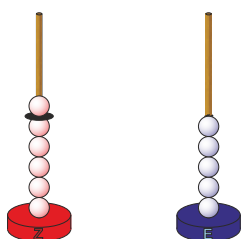


Z	E

Z	E

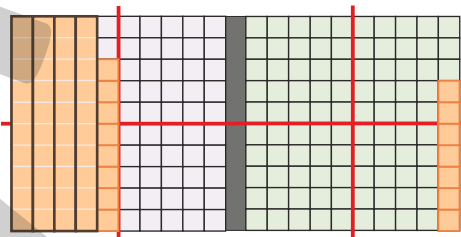


c)

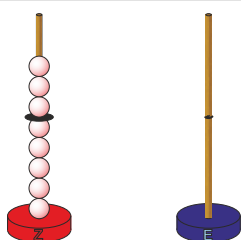


Z	E

Z	E

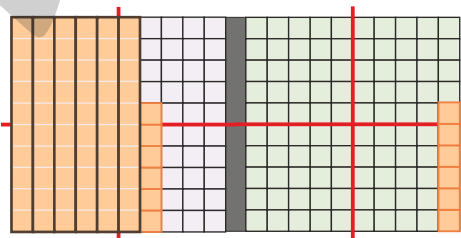


d)

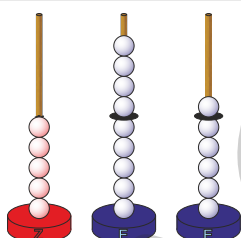


Z	E

Z	E

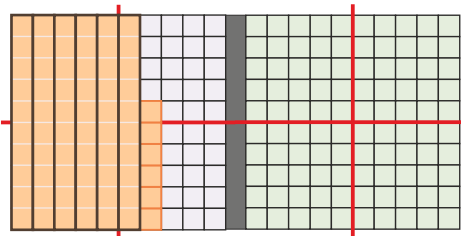


e)

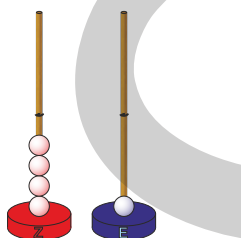


Z	E

Z	E

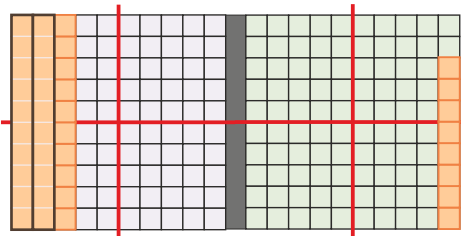


f)



Z	E

Z	E



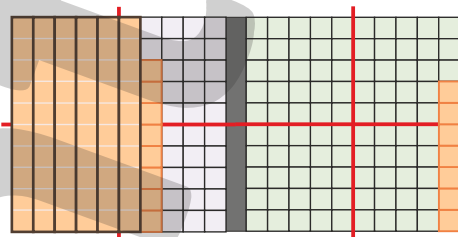


Beispiel
Tausche, wenn nötig!

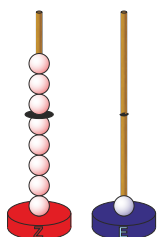
Lese laut vor!

< = >

Z	E		Z	E
8	4	>	7	5

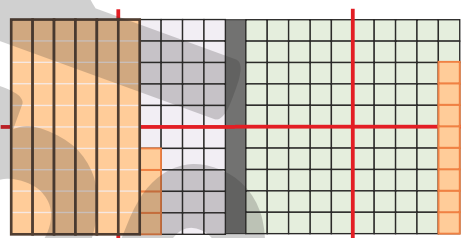


a)

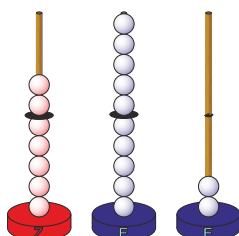


Z	E

Z	E

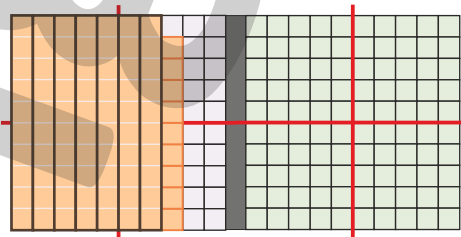


b)

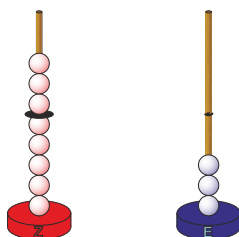


Z	E

Z	E

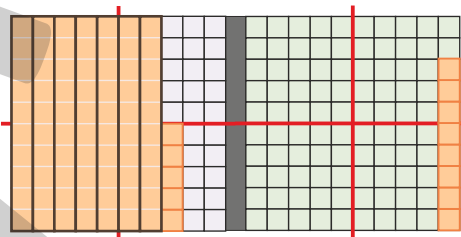


c)

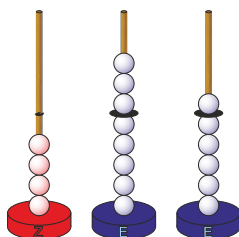


Z	E

Z	E

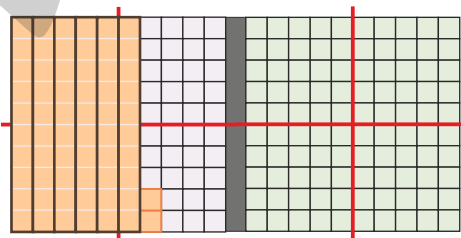


d)

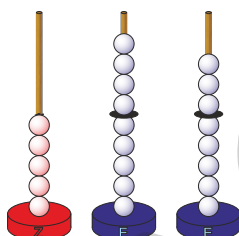


Z	E

Z	E

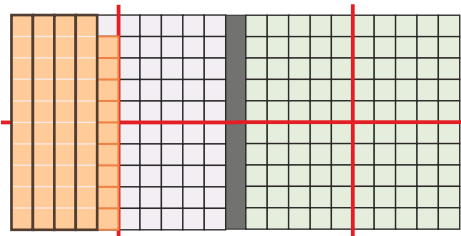


e)

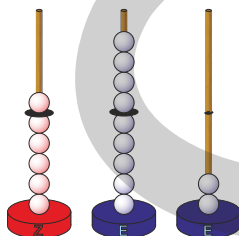


Z	E

Z	E

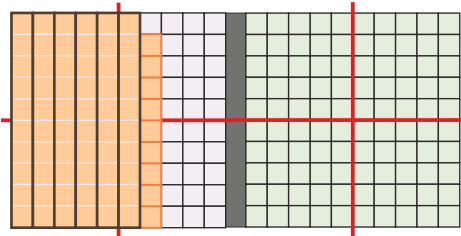


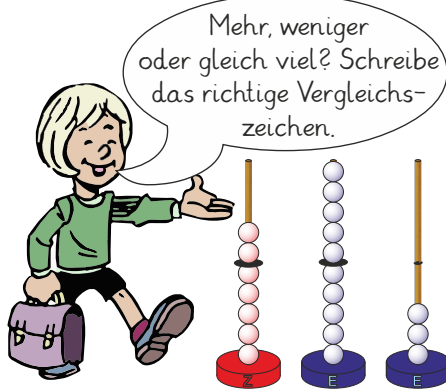
f)



Z	E

Z	E



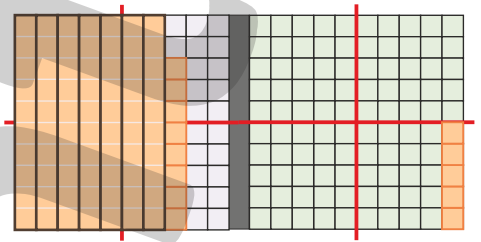


Beispiel
Tausche, wenn nötig!

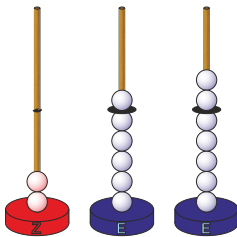
Lese laut vor!

< = >

Z	E		Z	E
8	3	=	8	3



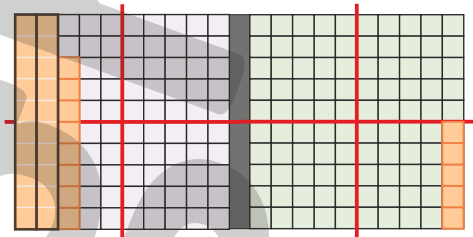
a)



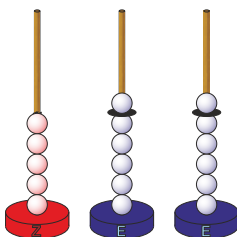
Z	E



Z	E



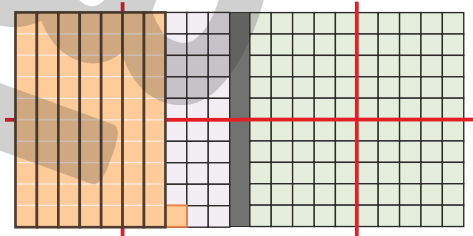
b)



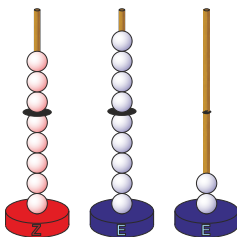
Z	E



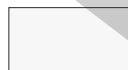
Z	E



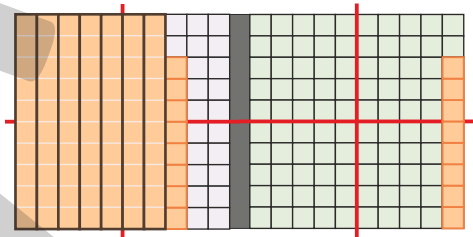
c)



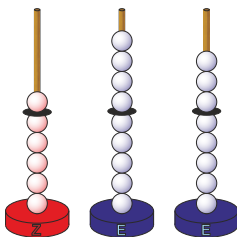
Z	E



Z	E



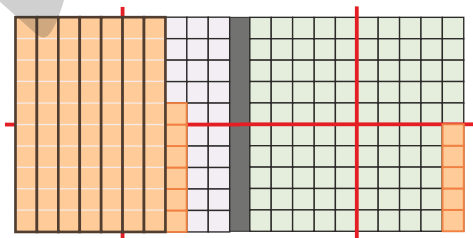
d)



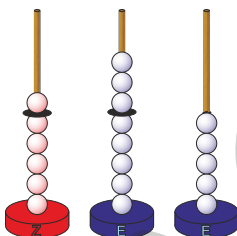
Z	E



Z	E



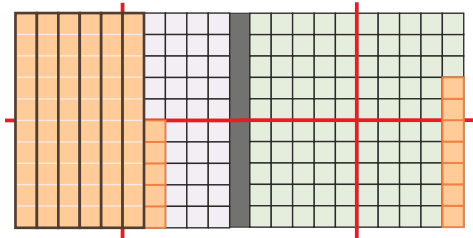
e)



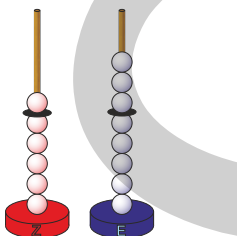
Z	E



Z	E



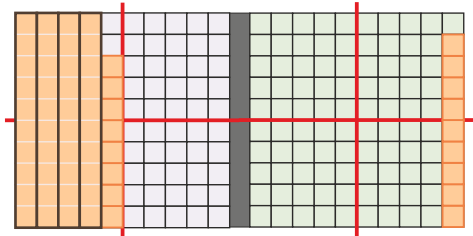
f)

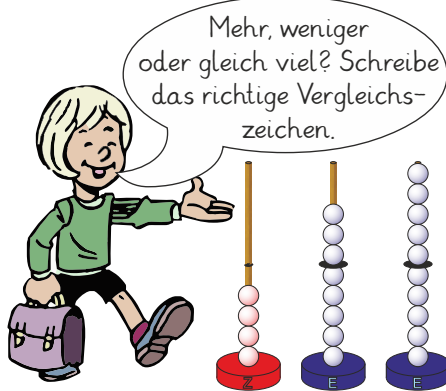


Z	E



Z	E



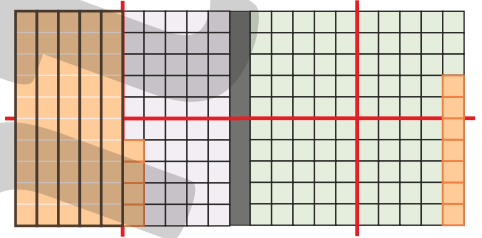


Beispiel
Tausche, wenn nötig!

Lese laut vor!

< = >

Z	E		Z	E
5	8	<	6	1



a)

			Z E		Z E	

b)

			Z E		Z E	

c)

			Z E		Z E	

d)

			Z E		Z E	

e)

			Z E		Z E	

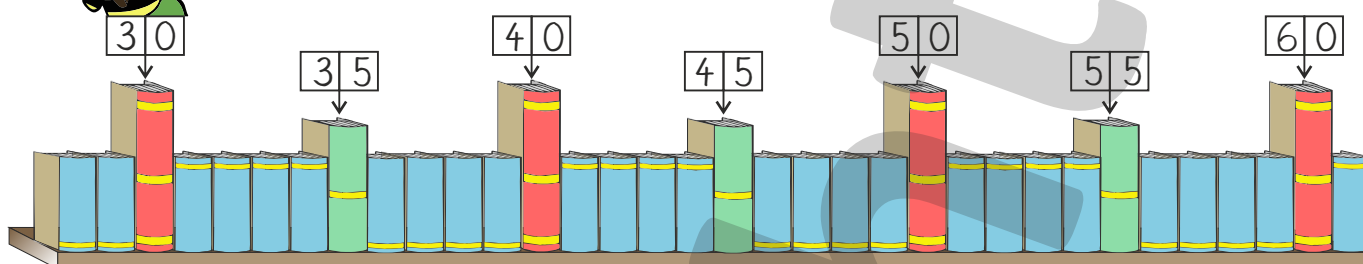
f)

			Z E		Z E	

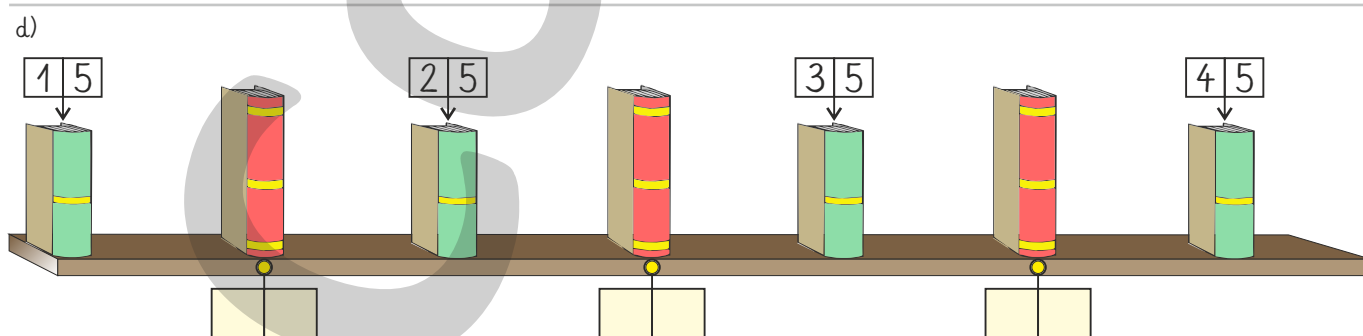
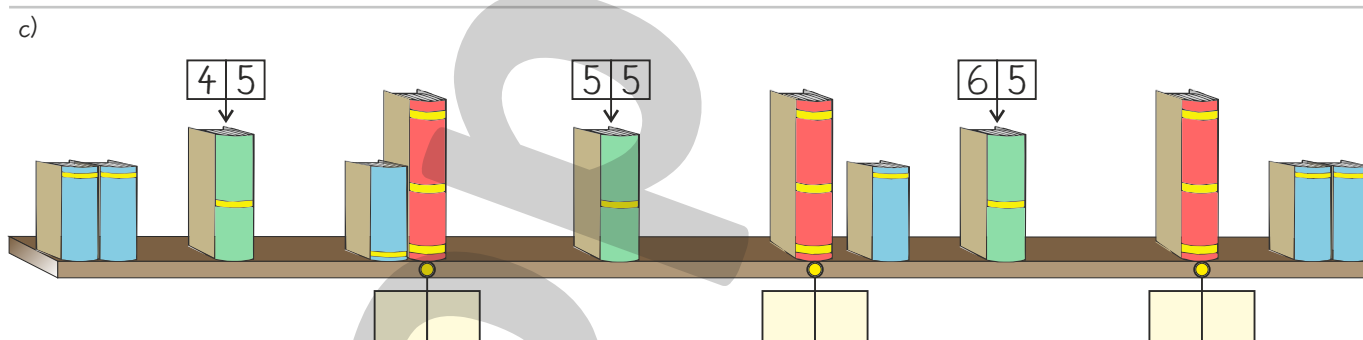
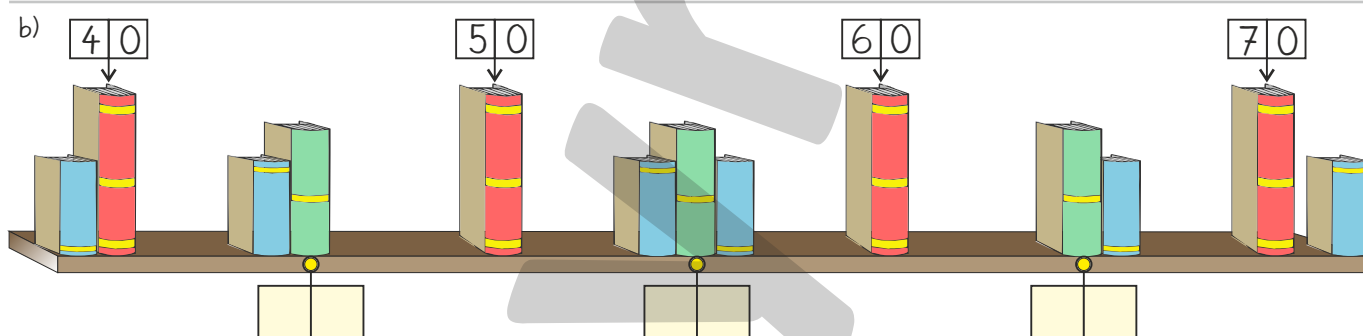
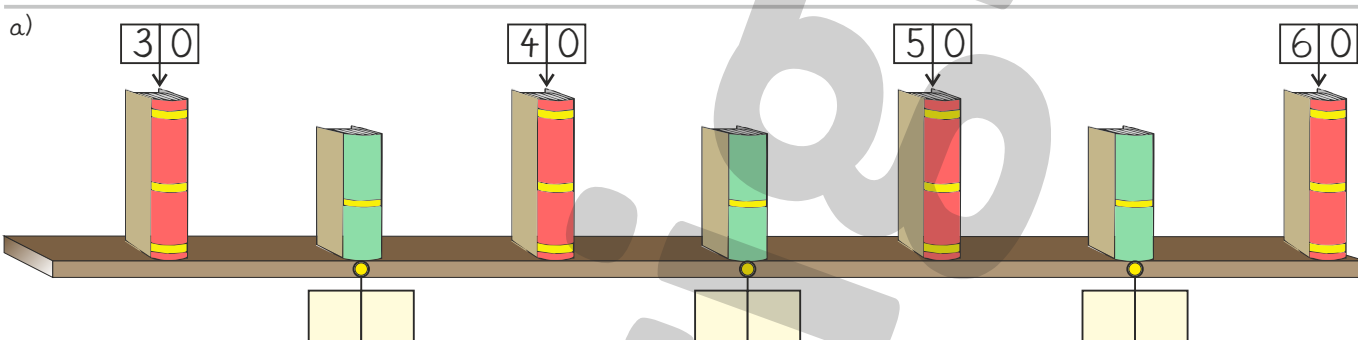


Ein Dieb in der
Schulbücherei

100 Bücher waren in der Bücherei.
Sie waren nach Nummern sortiert.
Ein Beispiel sieht ihr hier.



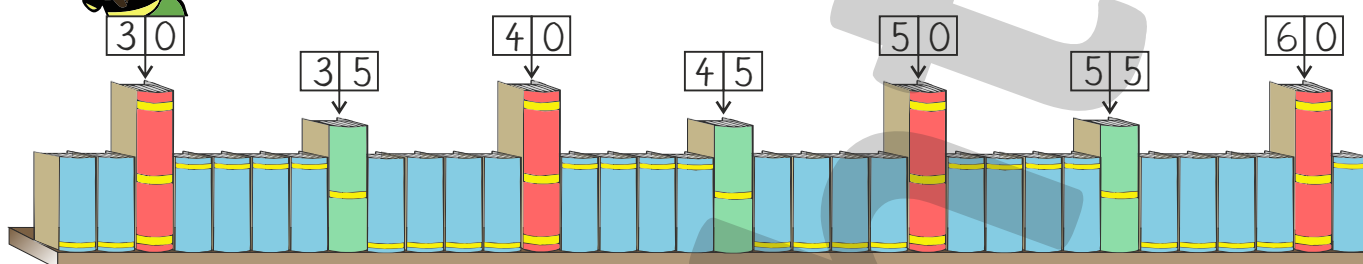
Einige Nummern der Bücher hat die Hausmeisterin vergessen. Sie hat dort ein gelbes Schild hingehängt. Kannst du ihr helfen? Welche Nummern haben die Bücher? Schreibe die Zahl auf das Schild.





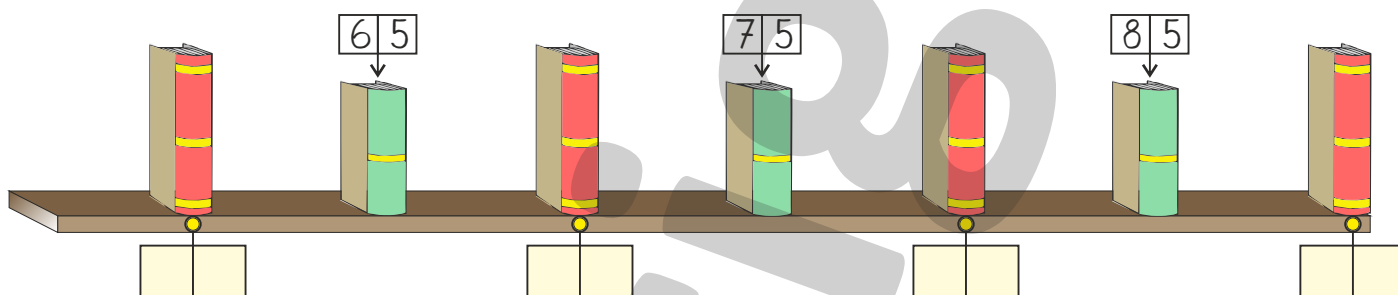
Ein Dieb in der
Schulbücherei

100 Bücher waren in der Bücherei.
Sie waren nach Nummern sortiert.
Ein Beispiel sieht ihr hier.

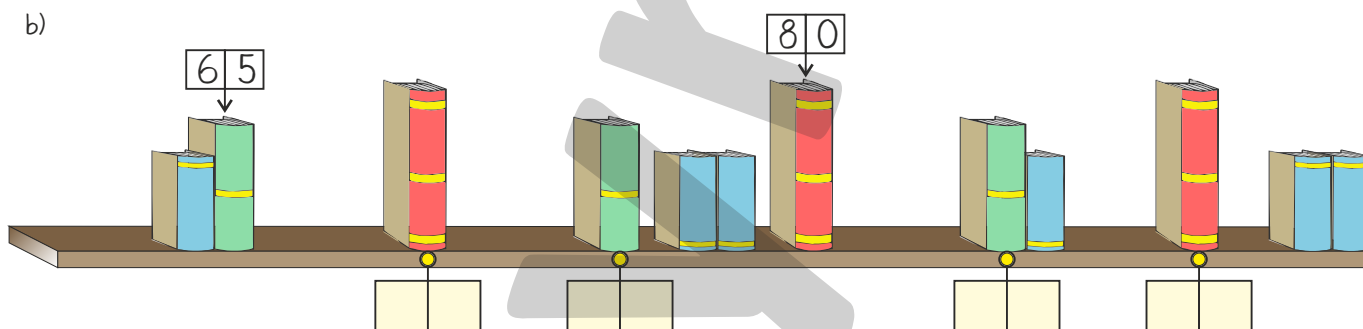


Einige Nummern der Bücher hat die Hausmeisterin vergessen. Sie hat dort ein gelbes Schild hingehängt. Kannst du ihr helfen? Welche Nummern haben die Bücher? Schreibe die Zahl auf das Schild.

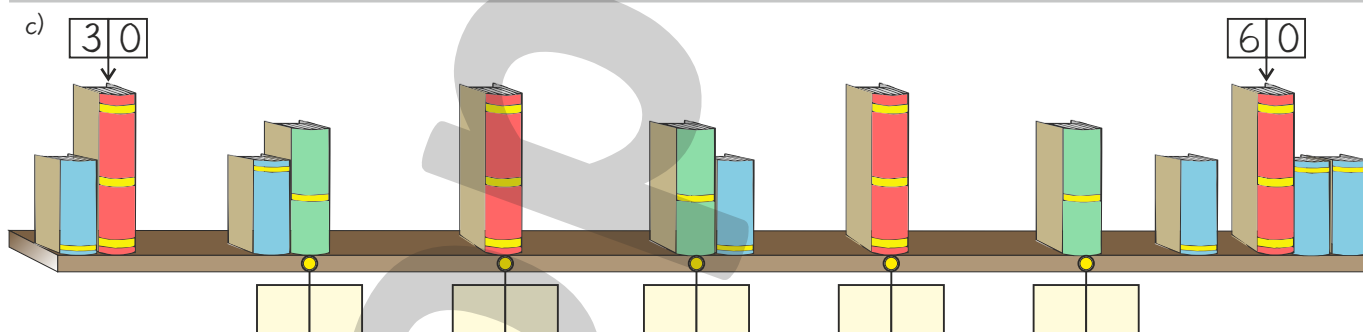
a)



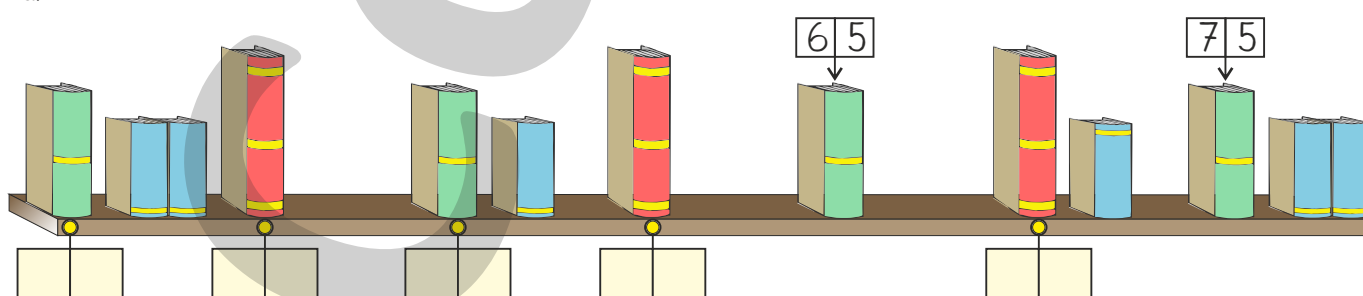
b)



c)



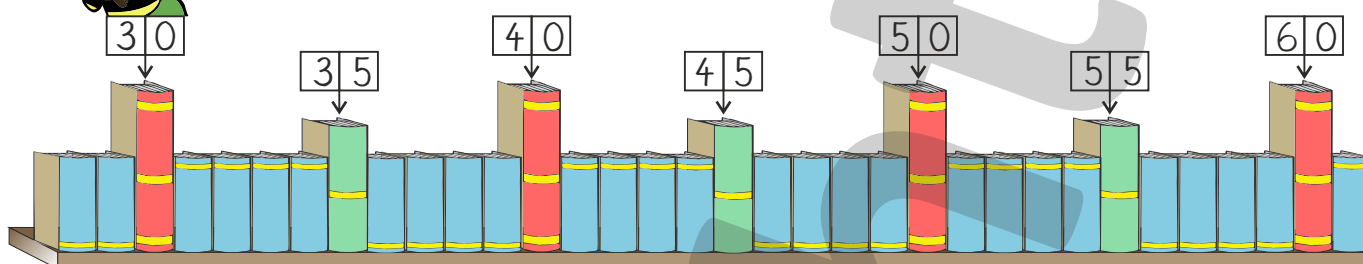
d)



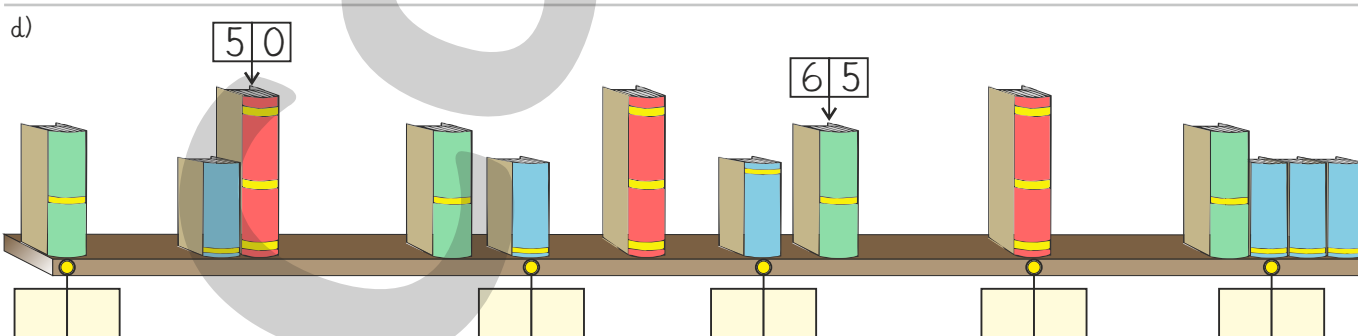
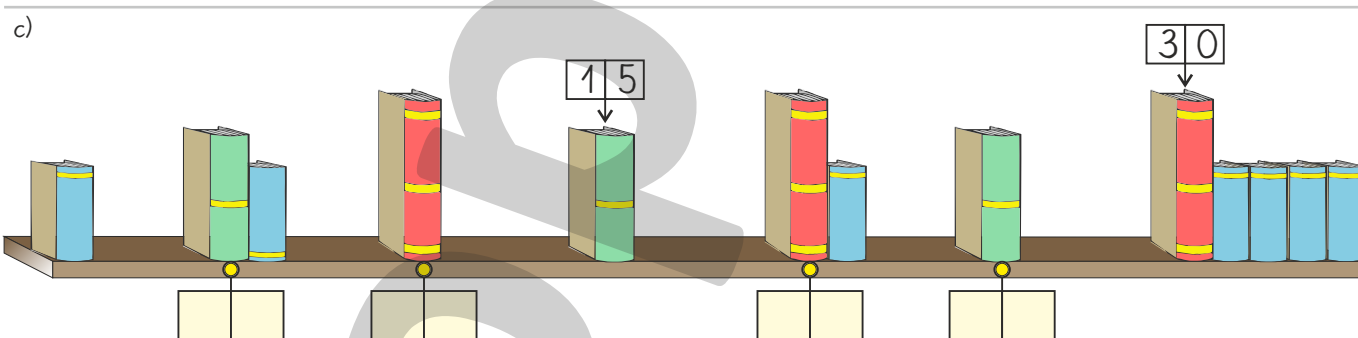
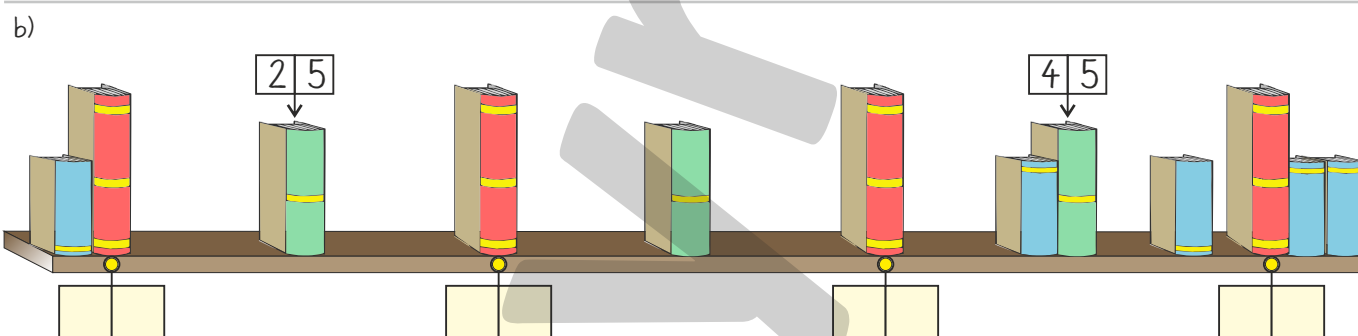
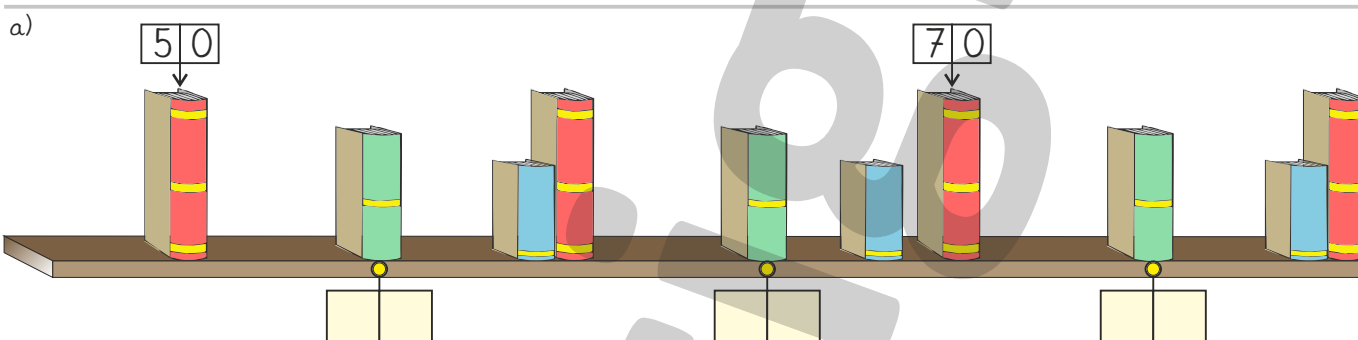


Ein Dieb in der
Schulbücherei

100 Bücher waren in der Bücherei.
Sie waren nach Nummern sortiert.
Ein Beispiel sieht ihr hier.



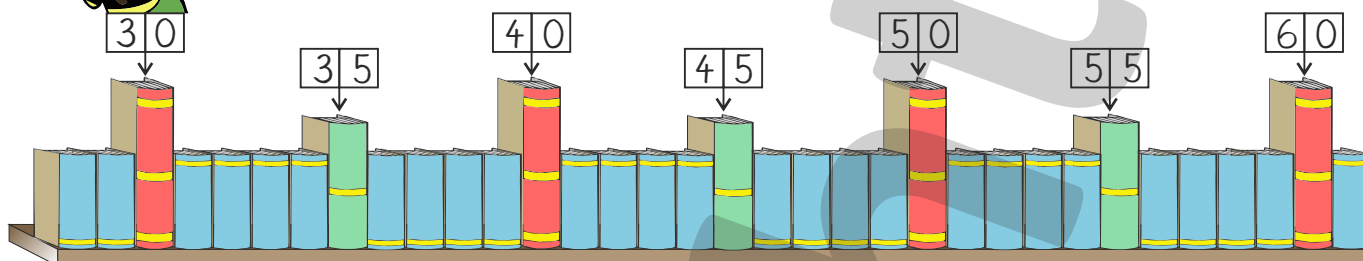
Einige Nummern der Bücher hat die Hausmeisterin vergessen. Sie hat dort ein gelbes Schild hingehängt. Kannst du ihr helfen? Welche Nummern haben die Bücher? Schreibe die Zahl auf das Schild.



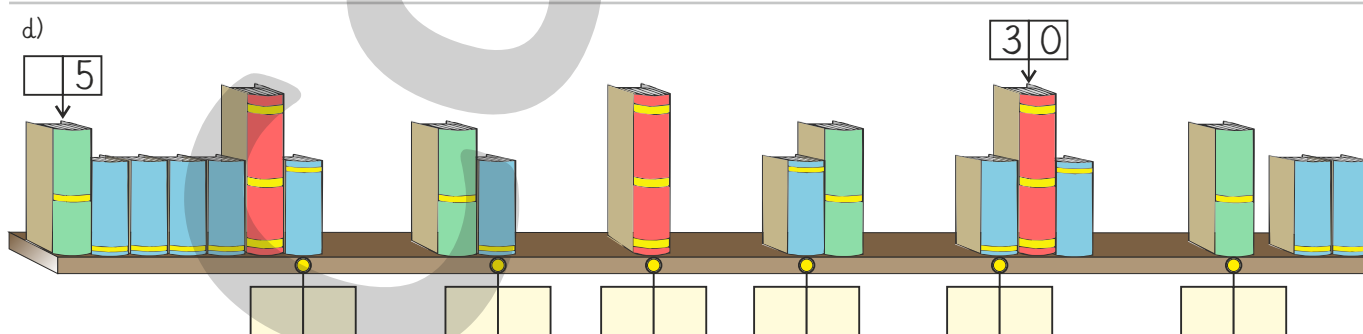
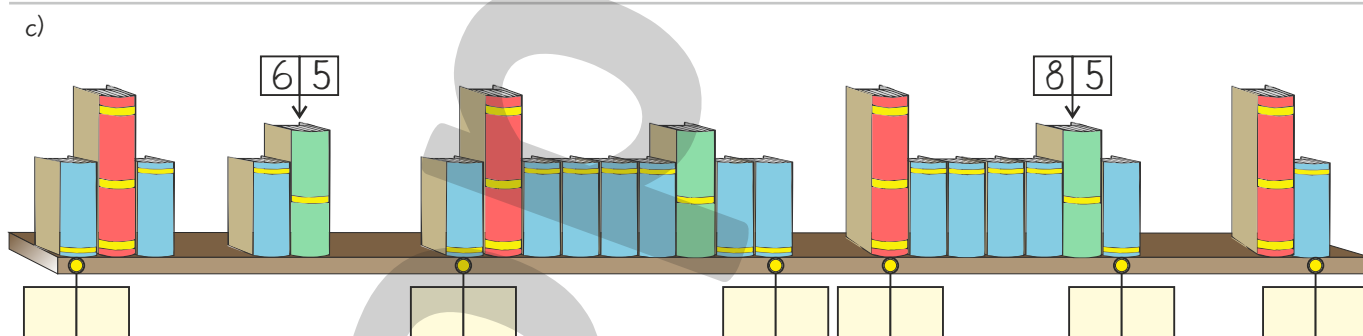
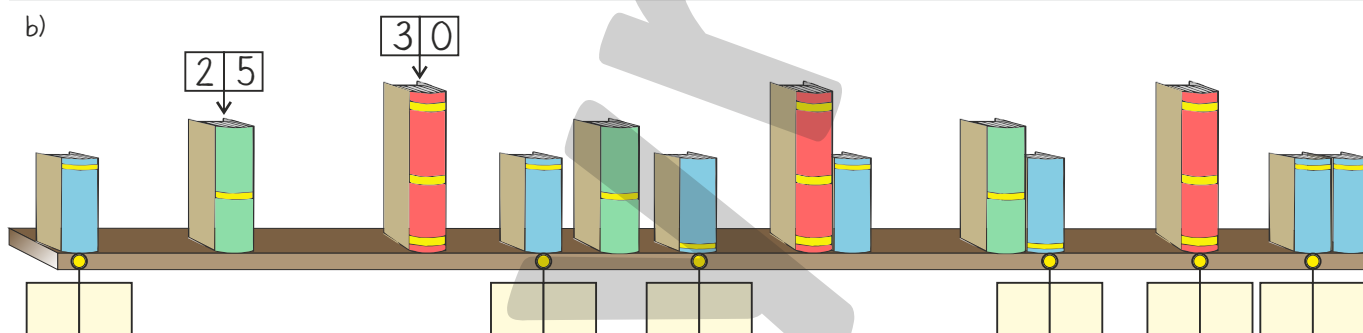
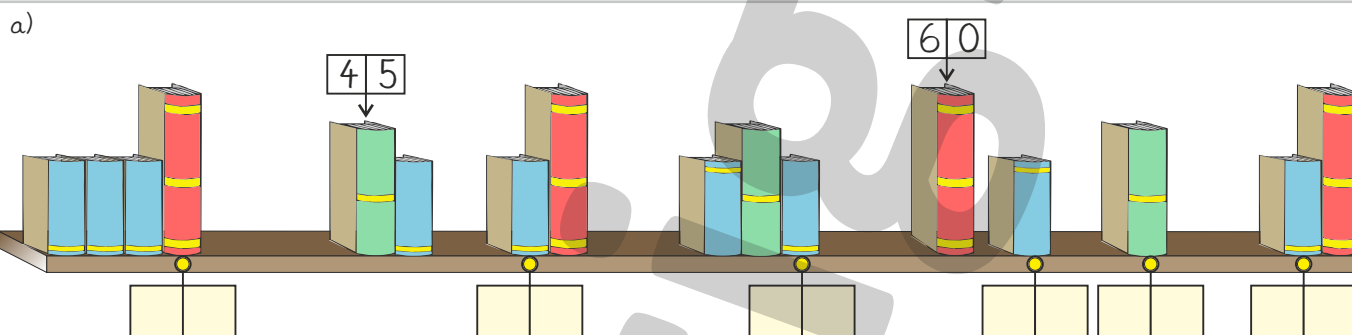


Ein Dieb in der
Schulbücherei

100 Bücher waren in der Bücherei.
Sie waren nach Nummern sortiert.
Ein Beispiel sieht ihr hier.



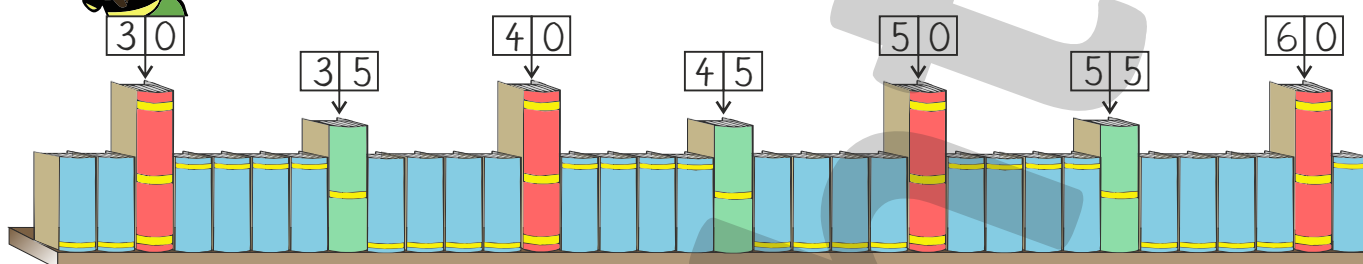
Einige Nummern der Bücher hat die Hausmeisterin vergessen. Sie hat dort ein gelbes Schild hingehängt. Kannst du ihr helfen? Welche Nummern haben die Bücher? Schreibe die Zahl auf das Schild.



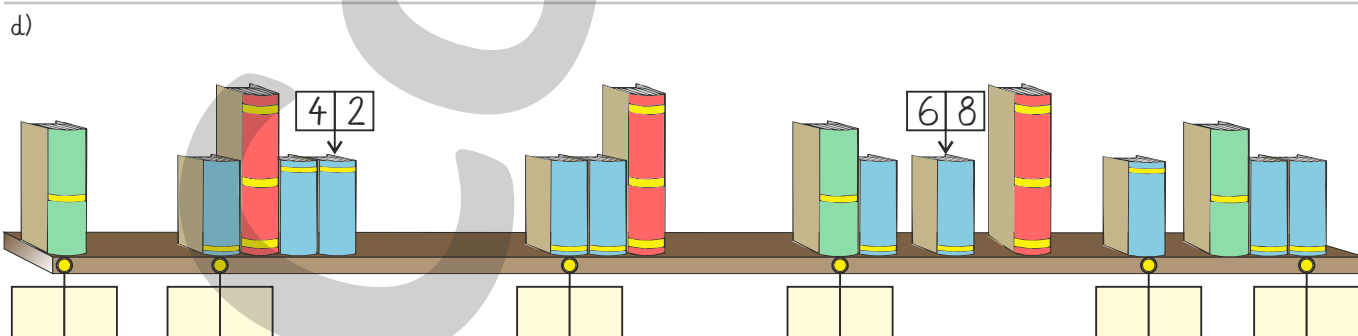
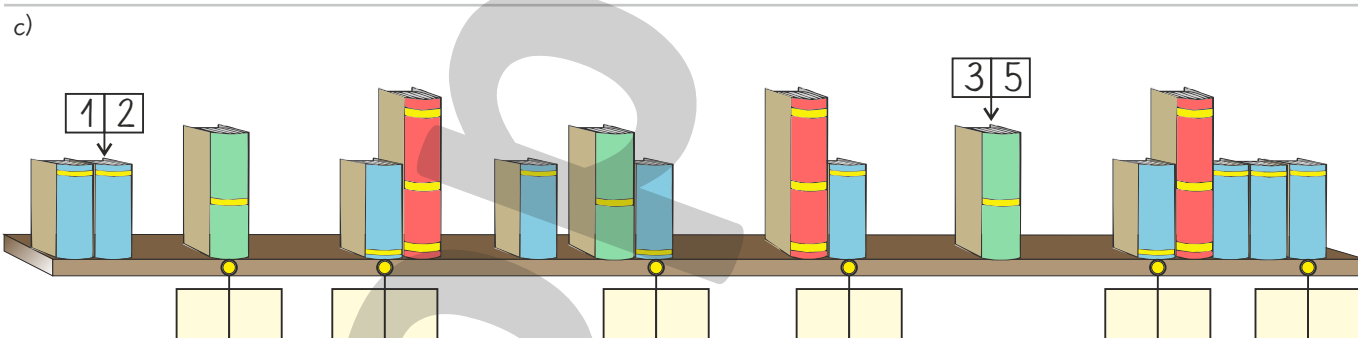
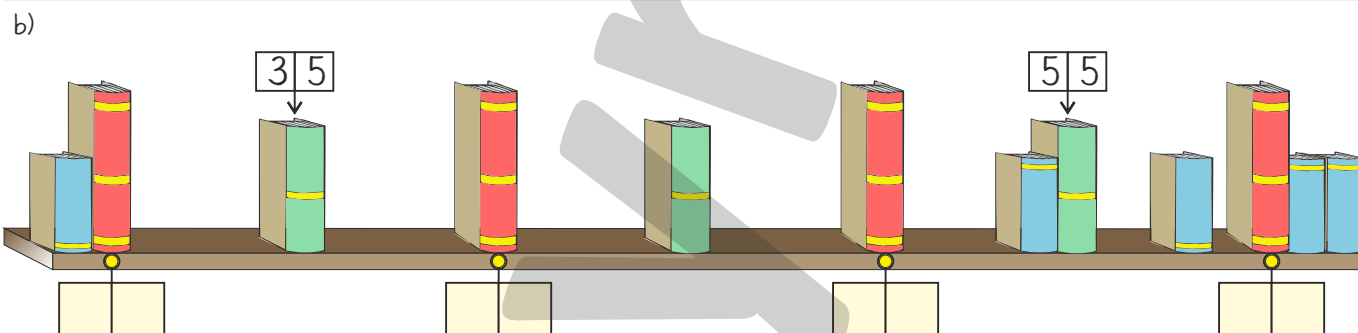
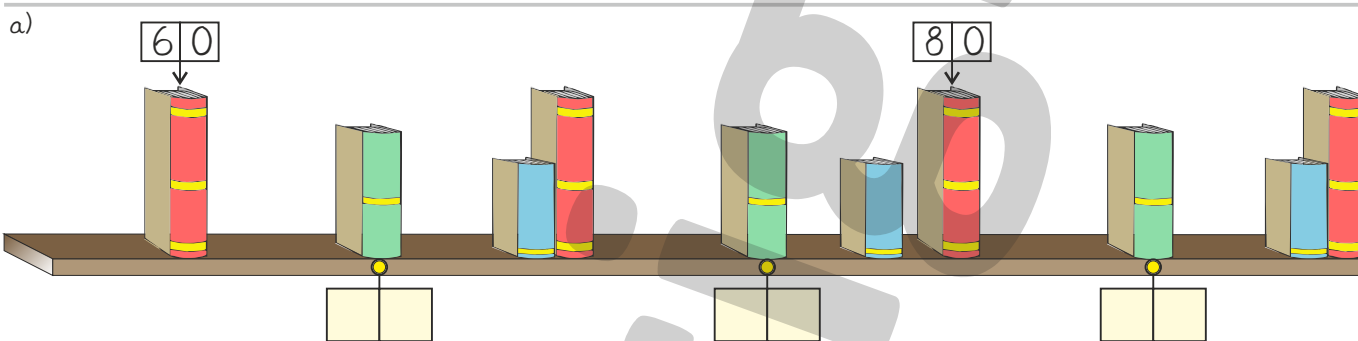


Ein Dieb in der
Schulbücherei

100 Bücher waren in der Bücherei.
Sie waren nach Nummern sortiert.
Ein Beispiel sieht ihr hier.



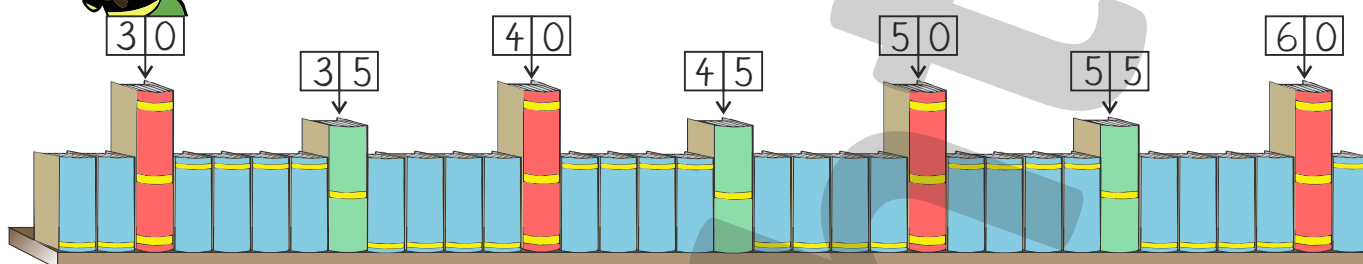
Einige Nummern der Bücher hat die Hausmeisterin vergessen. Sie hat dort ein gelbes Schild hingehängt. Kannst du ihr helfen? Welche Nummern haben die Bücher? Schreibe die Zahl auf das Schild.





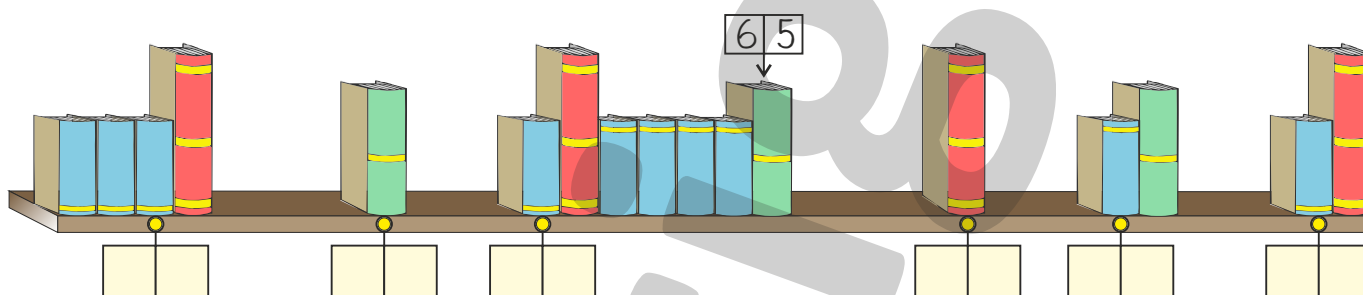
Ein Dieb in der
Schulbücherei

100 Bücher waren in der Bücherei.
Sie waren nach Nummern sortiert.
Ein Beispiel sieht ihr hier.

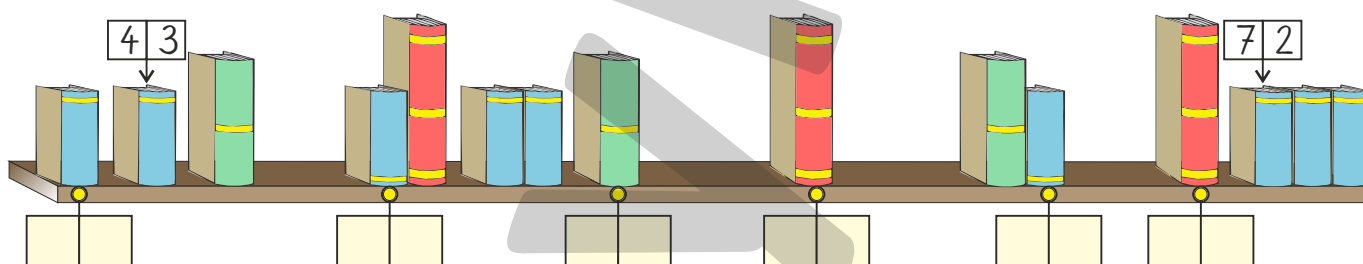


Einige Nummern der Bücher hat die Hausmeisterin vergessen. Sie hat dort ein gelbes Schild hinge-
hängt. Kannst du ihr helfen? Welche Nummern haben die Bücher? Schreibe die Zahl auf das Schild.

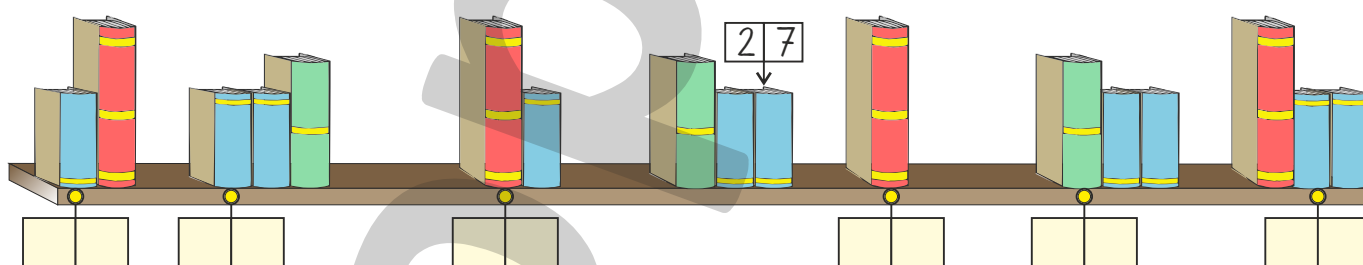
a)



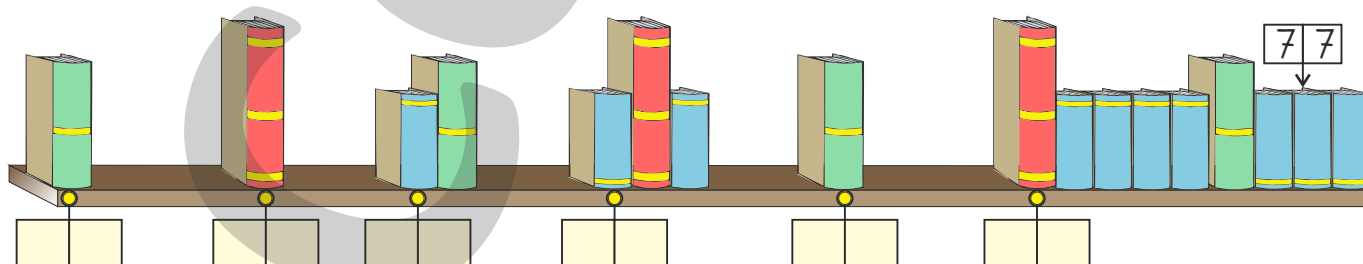
b)

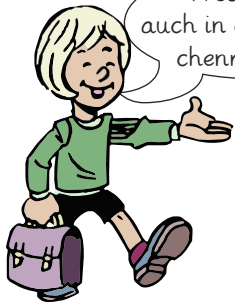


c)



d)

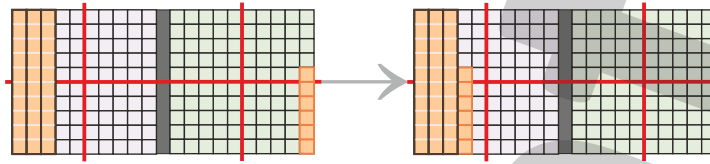




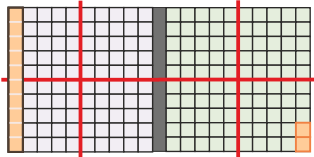
Probiere es auch in deinem Rechenrahmen!

Beispiel

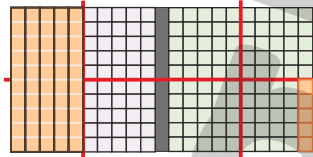
Z	E		Z	E		Z	E
3	0	+		6	=	3	6



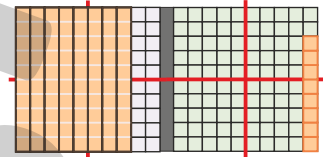
a)	Z	E		Z	E		Z	E	
	1	0	+		2	=			



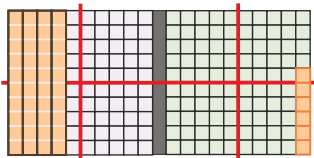
Z	E			Z	E		Z	E
5	0	+		5	=			



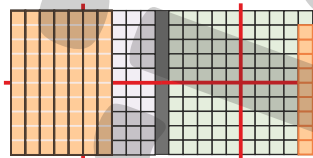
Z	E		Z	E		Z	E
8	0	+		8	=		



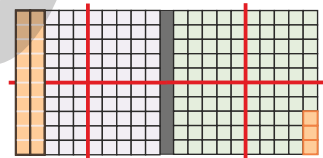
b)	Z	E		Z	E		Z	E	
	4	0	+		6	=			



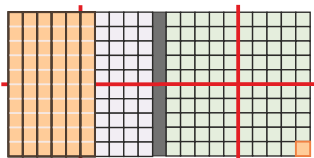
Z	E		Z	E		Z	E
7	0	+		9	=		



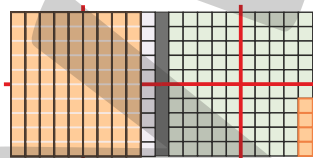
Z	E			Z	E			Z	E
2	0	+		3	=				



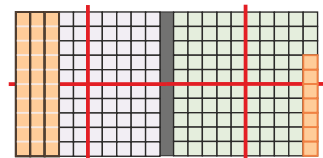
c)	Z	E		Z	E		Z	E	
	6	0	+		1	=			



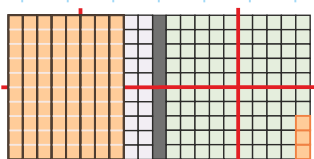
Z	E		Z	E		Z	E
9	0	+	4	=			



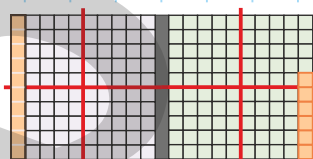
Z	E		Z	E		Z	E
3	0	+		7	=		



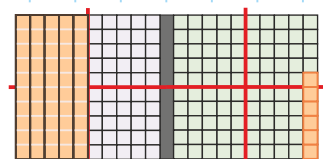
d)	Z	E		Z	E		Z	E
	8	0	+		3	=		



Z	E		Z	E		Z	E
1	0	+		6	=		

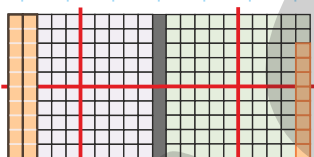


Z	E		Z	E		Z	E
5	0	+		6	=		

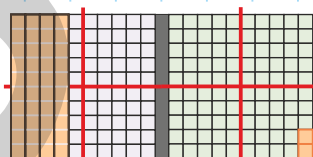


e)

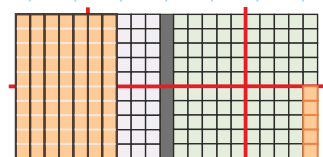
Z	E		Z	E		Z	E
2	0	+	8	=			



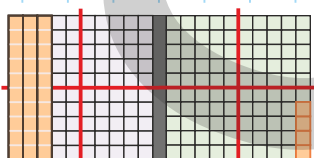
Z	E		Z	E		Z	E
4	0	+	2	=			



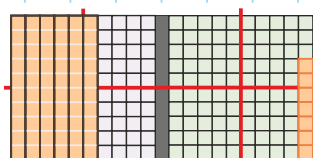
Z	E		Z	E		Z	E
7	0	+		5	=		



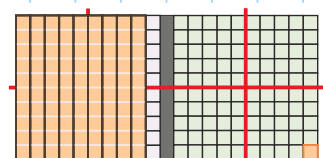
f)	Z	E		Z	E		Z	E
	3	0	+		4	=		



Z	E		Z	E		Z	E
6	0	+		7	=		



Z	E		Z	E		Z	E
9	0	+		1	=		

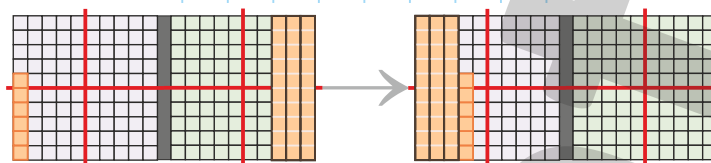




Probiere es
auch in deinem Re-
chenrahmen!

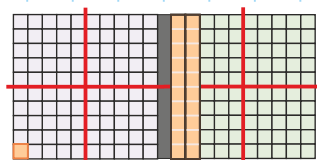
Beispiel

Z	E	Z	E	Z	E	
6	+	3	0	=	3	6

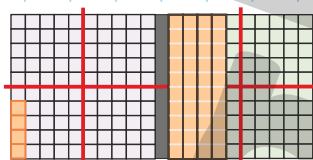


a)

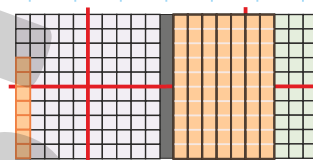
Z	E	Z	E	Z	E
1	+	2	0	=	



Z	E	Z	E	Z	E
4	+	4	0	=	

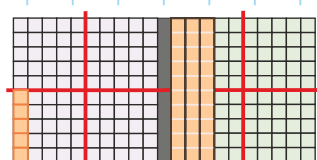


Z	E	Z	E	Z	E
7	+	7	0	=	

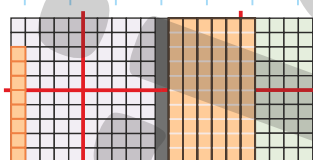


b)

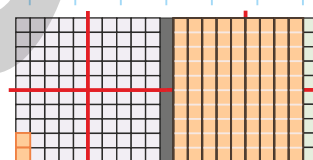
Z	E	Z	E	Z	E
5	+	3	0	=	



Z	E	Z	E	Z	E
8	+	6	0	=	

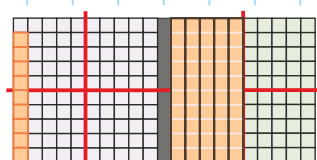


Z	E	Z	E	Z	E
2	+	9	0	=	

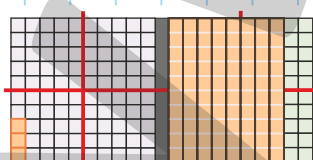


c)

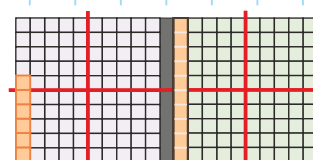
Z	E	Z	E	Z	E
9	+	5	0	=	



Z	E	Z	E	Z	E
3	+	8	0	=	

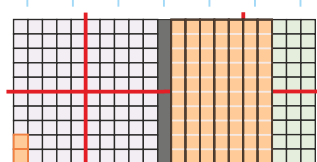


Z	E	Z	E	Z	E
6	+	1	0	=	

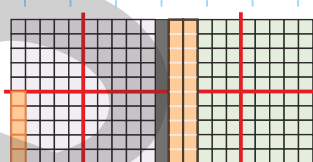


d)

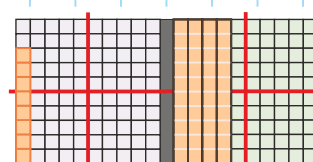
Z	E	Z	E	Z	E
2	+	7	0	=	



Z	E	Z	E	Z	E
5	+	2	0	=	

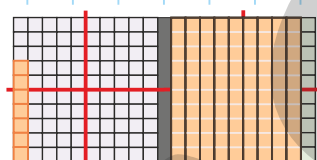


Z	E	Z	E	Z	E
8	+	4	0	=	

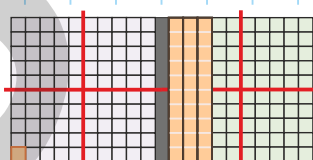


e)

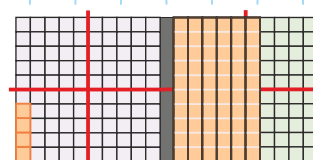
Z	E	Z	E	Z	E
7	+	9	0	=	



Z	E	Z	E	Z	E
1	+	3	0	=	

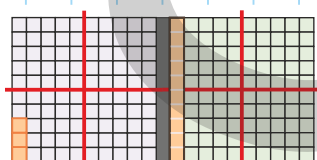


Z	E	Z	E	Z	E
4	+	6	0	=	

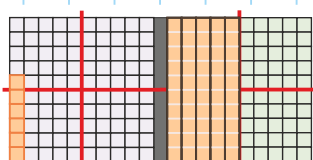


f)

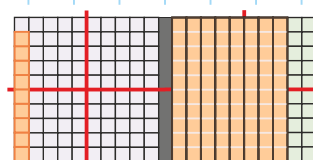
Z	E	Z	E	Z	E
3	+	1	0	=	

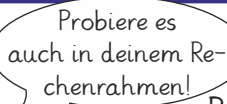


Z	E	Z	E	Z	E
6	+	5	0	=	

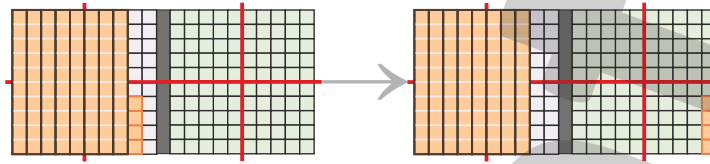


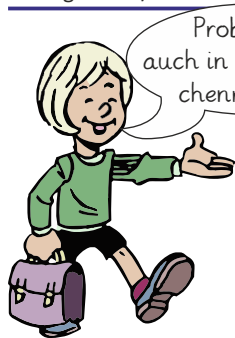
Z	E	Z	E	Z	E
9	+	8	0	=	





Z	E		Z	E		Z	E
8	4	-		4	=	8	0

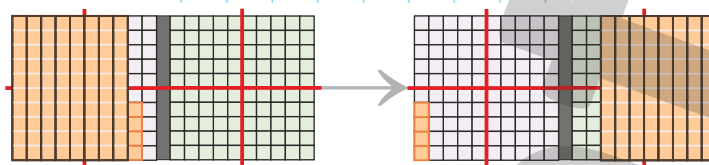




Probiere es
auch in deinem Re-
chenrahmen!

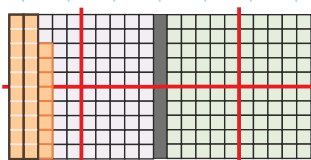
Beispiel

Z	E	Z	E		Z	E
8	4	-	8	0	=	4

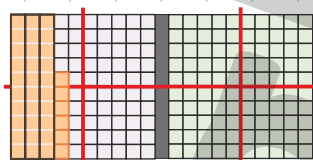


a)

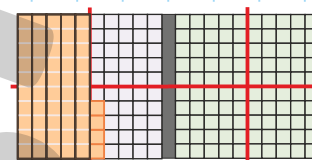
Z	E	Z	E		Z	E
2	8	-	2	0	=	



Z	E	Z	E		Z	E
3	6	-	3	0	=	

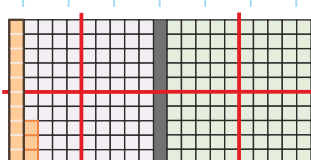


Z	E	Z	E		Z	E
5	4	-	5	0	=	

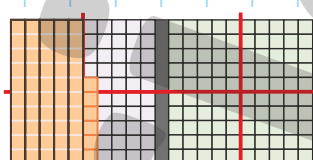


b)

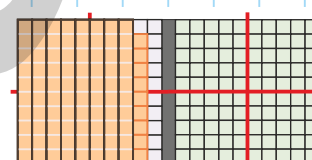
Z	E	Z	E		Z	E
1	3	-	1	0	=	



Z	E	Z	E		Z	E
5	6	-	5	0	=	

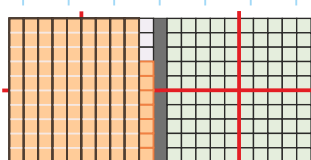


Z	E	Z	E		Z	E
8	9	-	8	0	=	

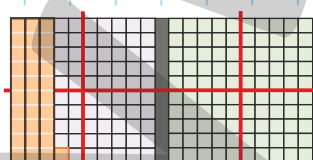


c)

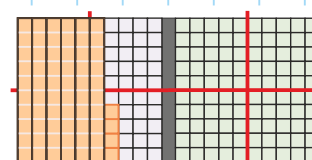
Z	E	Z	E		Z	E
9	7	-	9	0	=	



Z	E	Z	E		Z	E
3	1	-	3	0	=	

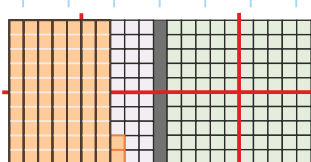


Z	E	Z	E		Z	E
6	4	-	6	0	=	

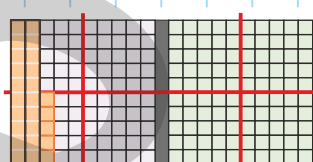


d)

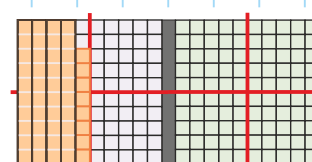
Z	E	Z	E		Z	E
7	2	-	7	0	=	



Z	E	Z	E		Z	E
2	5	-	2	0	=	

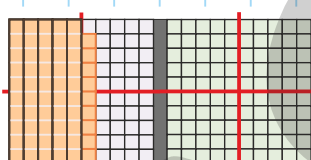


Z	E	Z	E		Z	E
4	8	-	4	0	=	

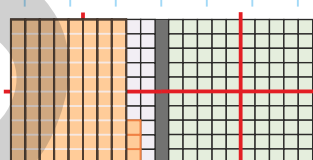


e)

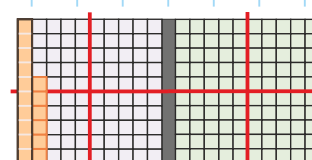
Z	E	Z	E		Z	E
5	9	-	5	0	=	



Z	E	Z	E		Z	E
8	3	-	8	0	=	

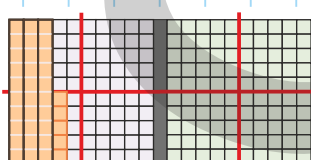


Z	E	Z	E		Z	E
1	6	-	1	0	=	

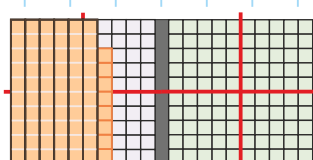


f)

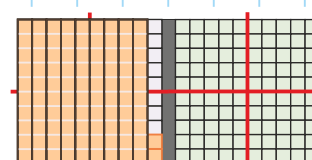
Z	E	Z	E		Z	E
3	5	-	3	0	=	



Z	E	Z	E		Z	E
6	8	-	6	0	=	



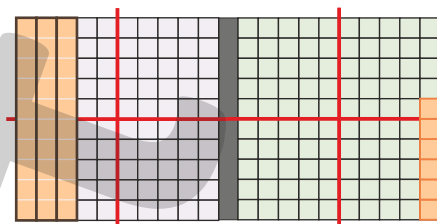
Z	E	Z	E		Z	E
9	2	-	9	0	=	



Beispiel

Z	E		Z	E		Z	E
3	0	+		6	=	3	6

Z	E		Z	E		Z	E
3	6	-		6	=	3	0



Probiere es auch in deinem Rechenrahmen!

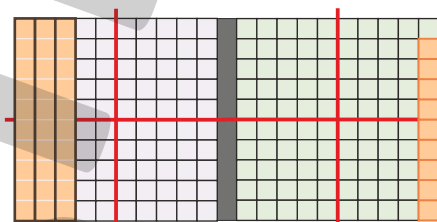
Z	E		Z	E		Z	E
	6	+	3	0	=	3	6

Z	E		Z	E		Z	E
3	6	-	3	0	=		6

a)

Z	E		Z	E		Z	E
3	0	+	9	=			

Z	E		Z	E		Z	E
3	9	-	9	=			



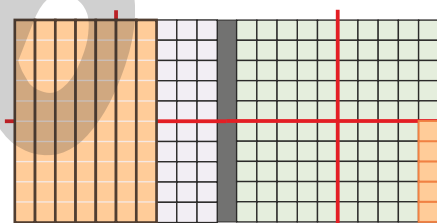
Z	E		Z	E		Z	E
	9	+	3	0	=		

Z	E		Z	E		Z	E
3	9	-	3	0	=		

b)

Z	E		Z	E		Z	E
7	0	+		5	=		

Z	E		Z	E		Z	E
7	5	-	5	=			



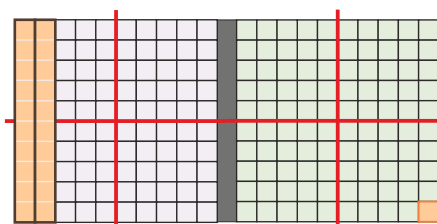
Z	E		Z	E		Z	E
	5	+	7	0	=		

Z	E		Z	E		Z	E
7	5	-	7	0	=		

c)

Z	E		Z	E		Z	E
2	0	+		1	=		

Z	E		Z	E		Z	E
2	1	-	1	=			



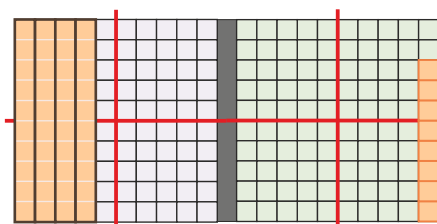
Z	E		Z	E		Z	E
	1	+	2	0	=		

Z	E		Z	E		Z	E
2	1	-	2	0	=		

d)

Z	E		Z	E		Z	E
4	0	+		8	=		

Z	E		Z	E		Z	E
4	8	-	8	=			



Z	E		Z	E		Z	E
	8	+	4	0	=		

Z	E		Z	E		Z	E
4	8	-	4	0	=		

e)

Z	E
9	0

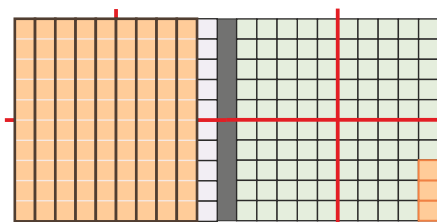
 +

Z	E
3	

 =

Z	E

Z	E		Z	E		Z	E
9	3	-	3	=			



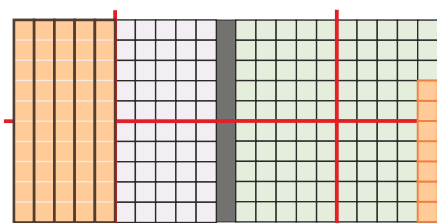
Z	E	Z	E	Z	E
	3	+	90	=	

Z	E		Z	E		Z	E
9	3	-	9	0	=		

f)

Z	E		Z	E		Z	E
5	0	+	7	=			

Z	E		Z	E		Z	E
5	7	-		7	=		



Z	E		Z	E		Z	E
	7	+	5	0	=		

Z	E		Z	E		Z	E
5	7	-	5	0	=		

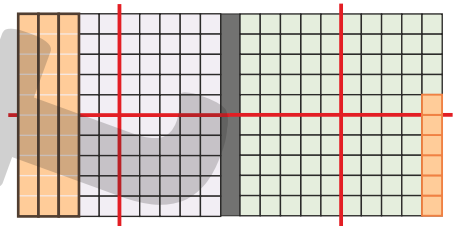
Beispiel

Z	E		Z	E		Z	E
3	0	+		6	=	3	6

Z	E		Z	E		Z	E
3	6	-		6	=	3	0

Z	E		Z	E		Z	E
	6	+	3	0	=	3	6

Z	E		Z	E		Z	E
3	6	-	3	0	=		6



Probiere es auch in deinem Rechenrahmen!

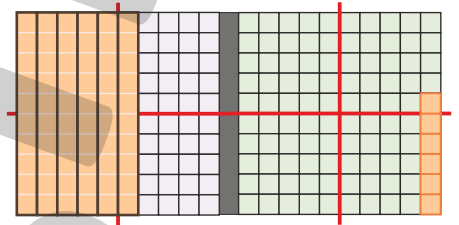
a)

Z	E		Z	E		Z	E
6	0	+	6	=			

Z	E		Z	E	Z	E
6	6	-	6	=		

Z	E		Z	E		Z	E
	6	+	6	0	=		

Z	E		Z	E		Z	E
6	6	-	6	0	=		

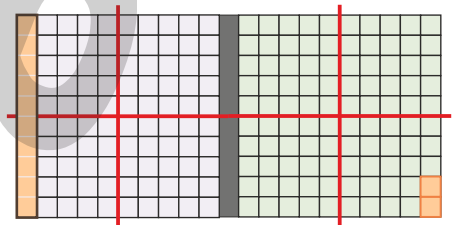


b)	Z	E		Z	E		Z	E	
	1	0	+		2	=			

Z	E		Z	E		Z	E
1	2	-		2	=		

Z	E		Z	E		Z	E
	2	+	1	0	=		

Z	E		Z	E		Z	E
1	2	-	1	0	=		



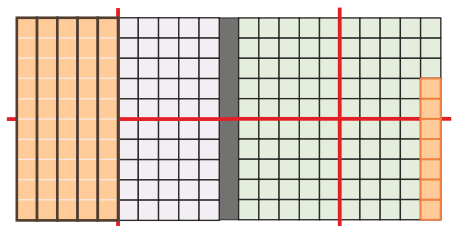
c)

Z	E		Z	E		Z	E
5	0	+	7	=			

Z	E		Z	E		Z	E
5	7	-	7	=			

Z	E		Z	E		Z	E
	7	+	5	0	=		

Z	E		Z	E		Z	E
5	7	-	5	0	=		



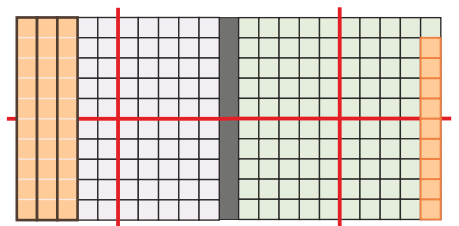
d)

Z	E		Z	E		Z	E
3	0	+	9	=			

Z	E		Z	E		Z	E
3	9	-		9	=		

Z	E		Z	E		Z	E
	9	+	3	0	=		

Z	E		Z	E		Z	E
3	9	-	3	0	=		



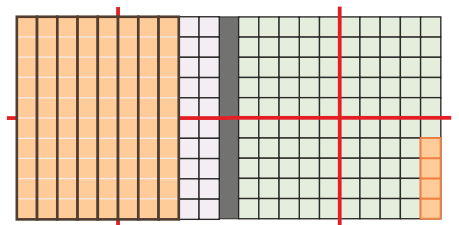
e)

Z	E		Z	E		Z	E
8	0	+	4	=			

Z	E		Z	E		Z	E
8	4	-	4	=			

Z	E		Z	E		Z	E
	4	+	8	0	=		

Z	E		Z	E		Z	E
8	4	-	8	0	=		



f)

Z	E
4	0

 +

Z	E
8	

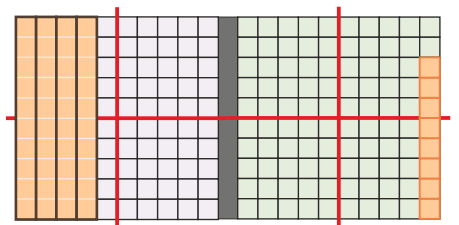
 =

Z	E

Z	E		Z	E		Z	E
4	8	-		8	=		

Z	E		Z	E		Z	E
	8	+	4	0	=		

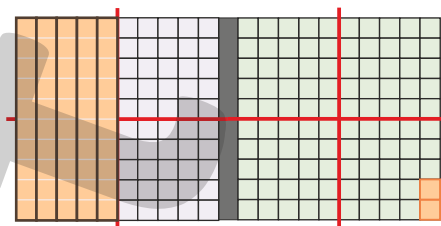
Z	E		Z	E		Z	E
4	8	-	4	0	=		



Beispiel

Z	E		Z	E		Z	E
5	0	+		2	=	5	2

Z	E		Z	E		Z	E
5	2	-		2	=	5	0

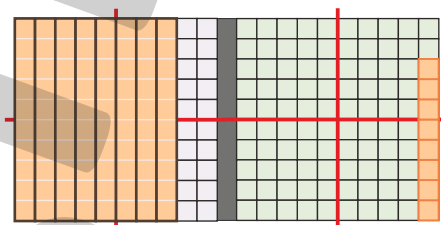


Probiere es auch in deinem Rechenrahmen!

a)

Z	E		Z	E		Z	E
8	0	+			=	8	8

Z	E		Z	E		Z	E
		-		8	=	8	0



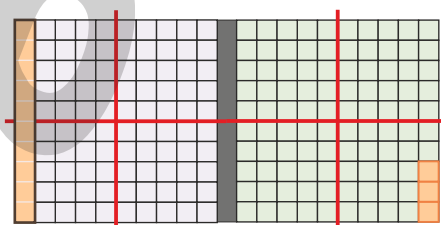
Z	E		Z	E		Z	E
		+	8	0	=	8	8

Z	E		Z	E		Z	E
8	8	-			=		8

b)

Z	E		Z	E		Z	E
1	0	+			=	1	3

Z	E		Z	E		Z	E
		-	3	=	1	0	



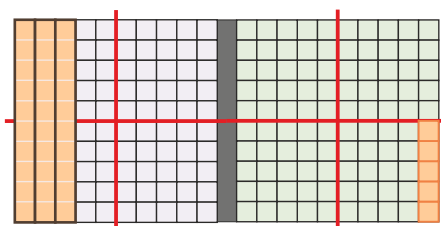
Z	E		Z	E		Z	E
		+	1	0	=	1	3

Z	E		Z	E		Z	E
1	3	-			=		3

c)

Z	E		Z	E		Z	E
3	0	+			=	3	5

Z	E		Z	E		Z	E
		-		5	=		30



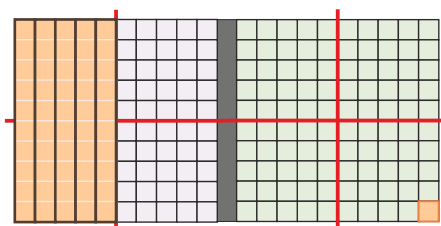
Z	E		Z	E		Z	E
		+	3	0	=	3	5

Z	E		Z	E		Z	E
3	5	-			=		5

d)

Z	E		Z	E		Z	E
5	0	+			=	5	1

Z	E		Z	E		Z	E
		-	1	=	5	0	



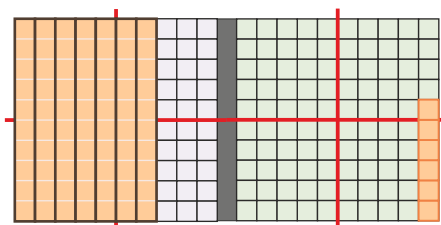
Z	E		Z	E		Z	E
		+	5	0	=	5	1

Z	E		Z	E		Z	E
5	1	-			=		1

e)

Z	E		Z	E		Z	E
7	0	+			=	7	6

Z	E		Z	E		Z	E
		-	6	=	7	0	



Z	E		Z	E		Z	E
		+	7	0	=	7	6

Z	E		Z	E		Z	E
7	6	-			=		6

f)

Z	E
9	0

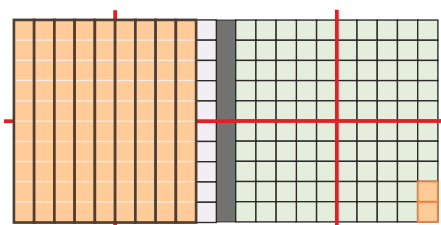
 +

Z	E

 =

Z	E
9	2

Z	E		Z	E		Z	E
		-		2	=	9	0



Z	E		Z	E		Z	E
		+	9	0	=	9	2

Z	E		Z	E		Z	E
9	2	-			=		2

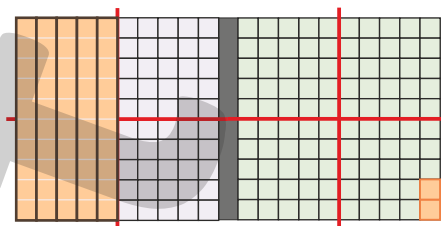
Beispiel

Z	E		Z	E		Z	E
5	0	+		2	=	5	2

Z	E		Z	E		Z	E
5	2	-		2	=	5	0

Z	E		Z	E		Z	E
	2	+	5	0	=	5	2

Z	E		Z	E		Z	E
5	2	-	5	0	=		2



Probiere es auch in deinem Rechenrahmen!

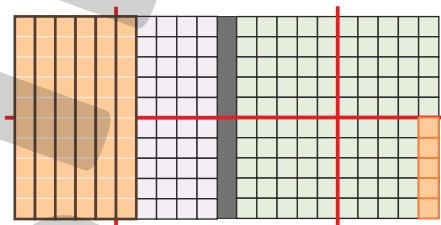
a)

Z	E		Z	E		Z	E
6	0	+			=	6	5

Z	E		Z	E		Z	E
		-		5	=	6	0

Z	E		Z	E		Z	E
		+	6	0	=	6	5

Z	E		Z	E		Z	E
6	5	-			=		5



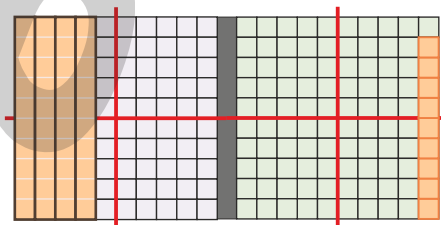
b)

Z	E		Z	E		Z	E
4	0	+			=	4	9

Z	E		Z	E		Z	E
		-	9	=	4	0	

Z	E		Z	E		Z	E
		+	4	0	=	4	9

$$\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline 4 & 9 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline 4 & 9 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline 4 & 9 \\ \hline \end{array}$$



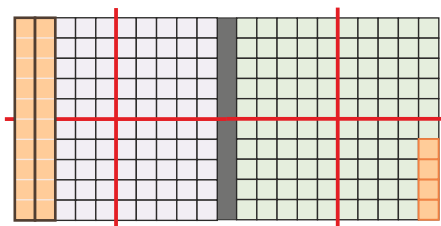
c)

Z	E		Z	E		Z	E
2	0	+			=	2	4

Z	E	Z	E	Z	E
		-	4	=	20

Z	E		Z	E		Z	E
		+	2	0	=	2	4

Z	E		Z	E		Z	E
2	4	-			=		4



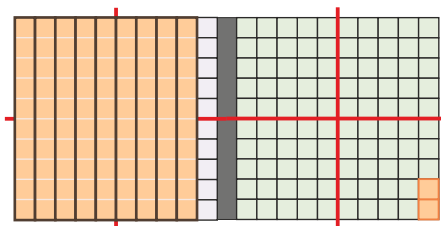
d)

Z	E		Z	E		Z	E
9	0	+			=	9	2

Z	E		Z	E		Z	E
		-	2	=	9	0	

Z	E		Z	E		Z	E
		+	9	0	=	9	2

Z	E		Z	E		Z	E
9	2	-			=		2



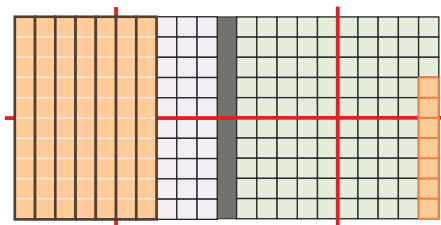
e)

Z	E		Z	E		Z	E
7	0	+			=	7	7

$$\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline \end{array}$$

Z	E		Z	E		Z	E
		+	7	0	=	7	7

Z	E		Z	E		Z	E
7	7	-			=		7



f)

Z	E
5	0

 +

Z	E

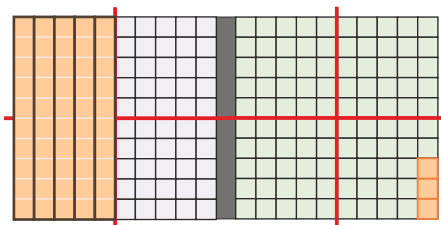
 =

Z	E
5	3

Z	E		Z	E		Z	E
		-		3	=	5	0

Z	E								
		+	5	0	=	5	3		

Z	E		Z	E		Z	E
5	3	-			=		3



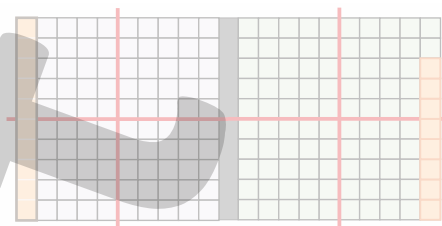
Beispiel

Z	E		Z	E		Z	E
1	0	+		8	=	1	8

Z	E		Z	E		Z	E
1	8	-		8	=	1	0

Z	E		Z	E		Z	E
	8	+	1	0	=	1	8

Z	E		Z	E		Z	E
1	8	-	1	0	=		8

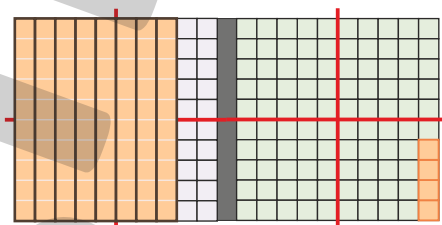


Klappt es auch ohne deinen Rechenrahmen!

a)

Z	E		Z	E		Z	E
8	0	+		4	=		

Z	E		Z	E		Z	E
8	4	-			=	8	0



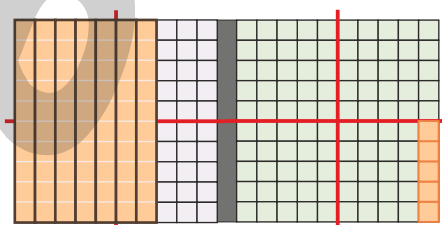
Z	E		Z	E		Z	E
		+	8	0	=	8	4

Z	E		Z	E		Z	E
8	4	-			=		4

b)

Z	E		Z	E		Z	E
7	0	+		5	=		

Z	E		Z	E		Z	E
7	5	-			=	7	0



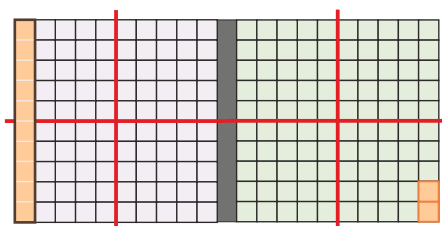
Z	E		Z	E		Z	E
		+	7	0	=	7	5

Z	E		Z	E		Z	E
7	5	-			=		5

c)

Z	E		Z	E		Z	E
1	0	+		2	=		

Z	E		Z	E		Z	E
1	2	-			=	1	0



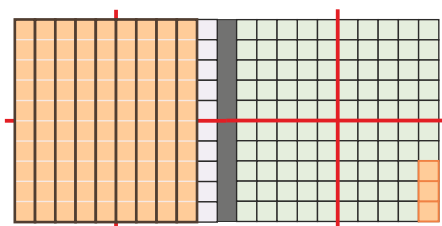
Z	E		Z	E		Z	E
		+	1	0	=	1	2

Z	E		Z	E		Z	E
1	2	-			=		2

d)

Z	E		Z	E		Z	E
9	0	+		3	=		

Z	E		Z	E		Z	E
9	3	-			=	9	0



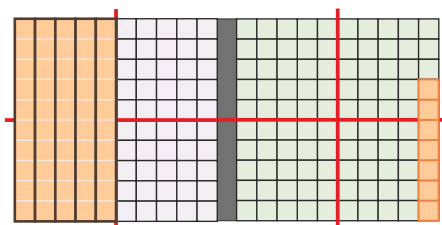
Z	E		Z	E		Z	E
		+	9	0	=	9	3

Z	E		Z	E		Z	E
9	3	-			=		3

e)

Z	E		Z	E		Z	E
5	0	+		7	=		

Z	E		Z	E		Z	E
5	7	-			=	5	0



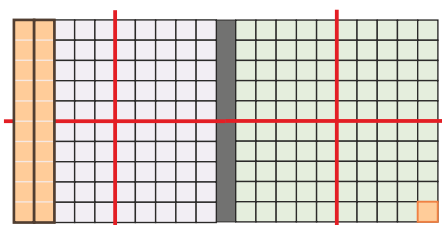
Z	E		Z	E		Z	E
		+	5	0	=	5	7

Z	E		Z	E		Z	E
5	7	-			=		7

f)

Z	E		Z	E		Z	E
2	0	+		1	=		

Z	E		Z	E		Z	E
2	1	-			=	2	0



Z	E		Z	E		Z	E
		+	2	0	=	2	1

Z	E		Z	E		Z	E
2	1	-			=		1

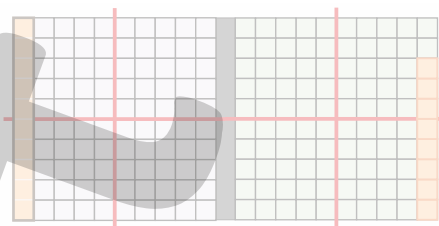
Beispiel

Z	E	Z	E	Z	E
1	0	+	8	=	18

Z	E	Z	E	Z	E
1	8	-	8	=	10

Z	E	Z	E	Z	E
8	+	1	0	=	18

Z	E	Z	E	Z	E	
1	8	-	1	0	=	8



Klappt es auch ohne deinen Rechenrahmen!

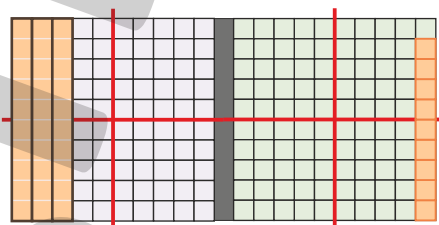
a)

Z	E	Z	E	Z	E
3	0	+	9	=	

Z	E	Z	E	Z	E
3	9	-		=	30

Z	E	Z	E	Z	E
	+	3	0	=	39

Z	E	Z	E	Z	E
3	9	-		=	9



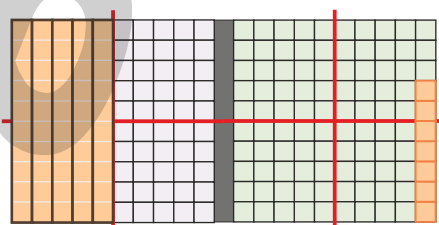
b)

Z	E	Z	E	Z	E
5	0	+	7	=	

Z	E	Z	E	Z	E
5	7	-		=	50

Z	E	Z	E	Z	E
	+	5	0	=	57

Z	E	Z	E	Z	E
5	7	-		=	7



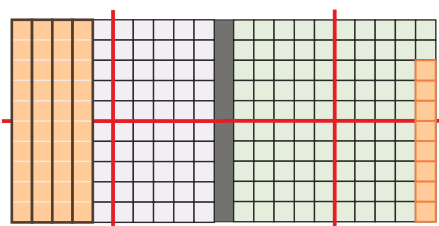
c)

Z	E	Z	E	Z	E
4	0	+	8	=	

Z	E	Z	E	Z	E
4	8	-		=	40

Z	E	Z	E	Z	E
	+	4	0	=	48

Z	E	Z	E	Z	E
4	8	-		=	8



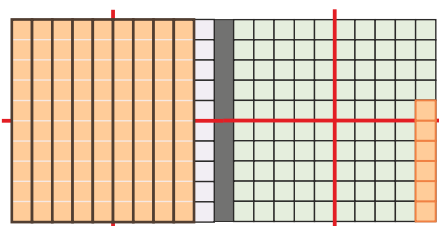
d)

Z	E	Z	E	Z	E
9	0	+	6	=	

Z	E	Z	E	Z	E
9	6	-		=	90

Z	E	Z	E	Z	E
	+	9	0	=	96

Z	E	Z	E	Z	E
9	6	-		=	6



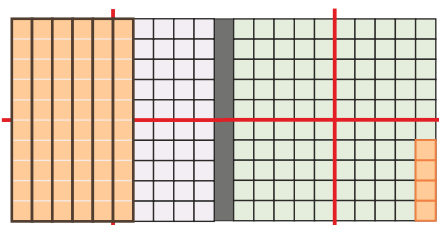
e)

Z	E	Z	E	Z	E
6	0	+	4	=	

Z	E	Z	E	Z	E
6	4	-		=	60

Z	E	Z	E	Z	E
	+	6	0	=	64

Z	E	Z	E	Z	E
6	4	-		=	4



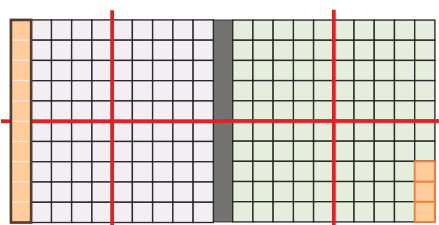
f)

Z	E	Z	E	Z	E
1	0	+	3	=	

Z	E	Z	E	Z	E
1	3	-		=	10

Z	E	Z	E	Z	E
	+	1	0	=	13

Z	E	Z	E	Z	E
1	3	-		=	3



1)

Z	E
1	1

Z	E
1	1

2)

Z	E
6	2

Z	E
7	6

3)

Z	E
8	4

Z	E
4	7

4)

Z	E
6	2

5)

Z	E
5	4

6)

Z	E
6	4

Z	E
6	4

7)

Z	E
4	4

Anweisungen:

- 1) Schreibe die Ziffern in die Kästchen und finde das richtige Vergleichszeichen!
- 2) & 3) Kreuze die richtige Fahne an: Welche Zahl passt zum Bild?
- 4) & 5) Übertrage die Z und E in die Tabelle und finde die richtige Zahl!
- 6) Schreibe die Ziffern in die Kästchen und finde das richtige Vergleichszeichen!
- 7) Wie viele Eier sind es alle zusammen? Schreibe es rechts in die Tabelle!

9)

=

Z	E

 $\begin{matrix} > \\ < \end{matrix}$

Z	E

 =

10)

=

Z	E

 $\begin{matrix} > \\ < \end{matrix}$

Z	E

 =

11)

12)

Z	E
4	0

 $+$

Z	E
8	

 $=$

Z	E

Z	E
4	8

 $-$

Z	E
8	

 $=$

Z	E

Z	E
8	

 $+$

Z	E
4	0

 $=$

Z	E

Z	E
4	8

 $-$

Z	E
4	0

 $=$

Z	E

13)

Z	E
8	0

 $+$

Z	E
7	

 $=$

Z	E

Z	E
8	7

 $-$

Z	E
7	

 $=$

Z	E

Z	E
7	

 $+$

Z	E
8	0

 $=$

Z	E

Z	E
8	7

 $-$

Z	E
8	0

 $=$

Z	E

Anweisungen:

9) & 10) Schreibe die Ziffern in die Kästchen und finde das richtige Vergleichszeichen!

11) Welche Nummern haben die Bücher? Schreibe sie in die gelben Schilder!

12) & 13) Rechne die Aufgaben aus und schreibe das Ergebnis in die Kästchen!

1)

$\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline \hline \end{array}$
 $\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline \hline \end{array}$

$>$ $<$

$\square$

2)

$\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline 7 & 6 \\ \hline \hline \end{array}$
 $\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline 8 & 6 \\ \hline \hline \end{array}$

3)

$\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline 1 & 9 \\ \hline \hline \end{array}$
 $\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline 7 & 2 \\ \hline \hline \end{array}$

4)

$\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline \hline \end{array}$
 $\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline \hline \end{array}$

5)

$\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline \hline \end{array}$
 $\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline \hline \end{array}$

Tausche im Kopf, wenn es nötig ist!

6)

$\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline \hline \end{array}$
 $\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline \hline \end{array}$

Tausche, wenn nötig!

7)

$\begin{array}{|c|c|} \hline Z & E \\ \hline \hline \end{array}$

Anweisungen:

- 1) Schreibe die Ziffern in die Kästchen und finde das richtige Vergleichszeichen!
- 2) & 3) Kreuze die richtige Fahne an: Welche Zahl passt zum Bild?
- 4) & 5) Übertrage die Z und E in die Tabelle und finde die richtige Zahl!
- 6) Schreibe die Ziffern in die Kästchen und finde das richtige Vergleichszeichen!
- 7) Wie viele Eier sind es alle zusammen? Schreibe es rechts in die Tabelle!

9)

=

Z	E

> <

Tausche zuerst, wenn nötig!

=

10)

=

Z	E

> <

=

11)

4 5

6 0

12)

Z	E	+	Z	E	=	Z	E
5	0					5	4

13)

Z	E	+	Z	E	=	Z	E
			3			8	3

14)

Z	E	-	Z	E	=	Z	E
2	6					2	0

12)

Z	E	-	Z	E	=	Z	E
5	4		4				

13)

Z	E	-	Z	E	=	Z	E
8	3		3				

14)

Z	E	+	Z	E	=	Z	E
2	0		6				

12)

Z	E	+	Z	E	=	Z	E
			4			5	4

13)

Z	E	+	Z	E	=	Z	E
3						8	3

14)

Z	E	-	Z	E	=	Z	E
			2	0			6

12)

Z	E	-	Z	E	=	Z	E
5	4					4	

13)

Z	E	-	Z	E	=	Z	E
			8	0			3

14)

Z	E	+	Z	E	=	Z	E
6						2	6

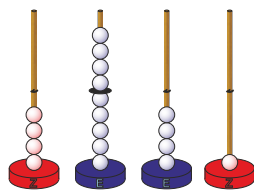
Anweisungen:

9) & 10) Schreibe die Ziffern in die Kästchen und finde das richtige Vergleichszeichen!

11) Welche Nummern haben die Bücher? Schreibe sie in die gelben Schilder!

12), 13) & 14) Rechne die Aufgaben aus und schreibe das Ergebnis in die Kästchen!

15)



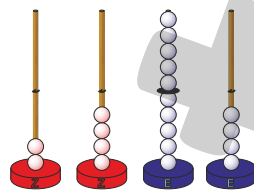
Z	E
6	3

Z	E
6	4

Z	E
5	5

Z	E
3	6

16)



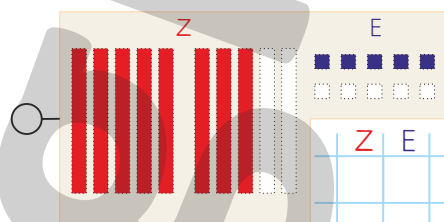
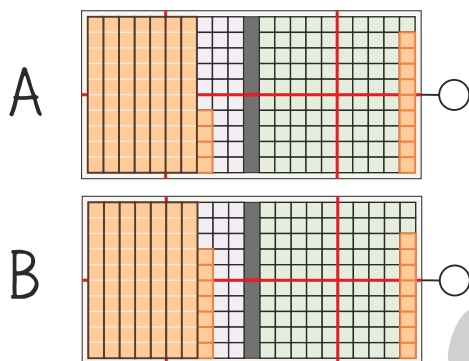
Z	E
4	6

Z	E
4	8

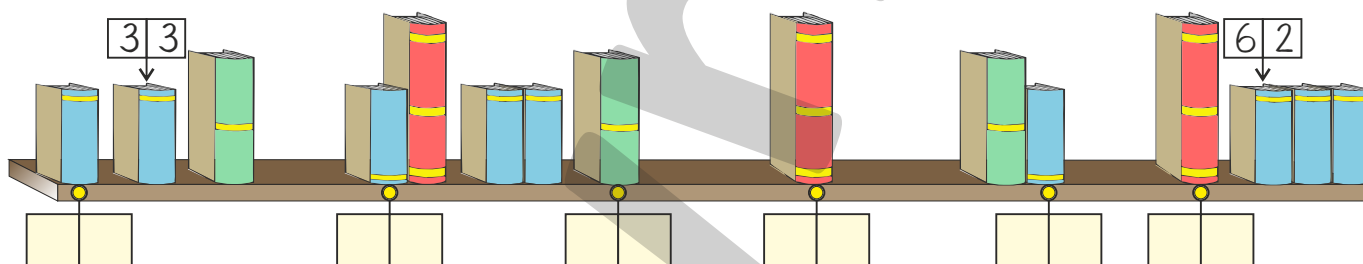
Z	E
6	4

Z	E
7	4

17)



18)



19)

Z	E		Z	E		Z	E
		+		7	=	5	7
Z	E		Z	E		Z	E
5	7	-			=		7
Z	E		Z	E		Z	E
	7	+			=	5	7
Z	E		Z	E		Z	E
		-		7	=	5	0

20)

Z	E		Z	E		Z	E
8	3	-			=	8	0
Z	E		Z	E		Z	E
		+	8	0	=	8	3
Z	E		Z	E		Z	E
		-	8	0	=		3
Z	E		Z	E		Z	E
8	0	+			=	8	3

21)

Z	E		Z	E		Z	E
4	0	+			=	4	6
Z	E		Z	E		Z	E
		+	4	0	=	4	6
Z	E		Z	E		Z	E
		-	4	0	=		6
Z	E		Z	E		Z	E
4	6	-			=	4	0

Anweisungen:

15) & 16) Kreuze die richtige Fahne an: Welche Zahl passt zum Bild?

17) Welcher Rechenrahmen (A oder B) passt zur rechten Tabelle? Verbinde die Kreise!

18) Welche Nummern haben die Bücher? Schreibe sie in die gelben Schilder!

19), 20) & 21) Rechne die Aufgaben aus und schreibe das Ergebnis in die Kästchen!

Institut für Mathematisches Lernen Braunschweig

Das Dezimalsystem

Probleme über Probleme

An unserem Institut treffe ich seit Jahren auf Lernende mit Mathematikproblemen unterschiedlichster Couleur. Die Verständnisschwierigkeiten reichen manchmal gar bis in den vorschulischen Bereich zurück. Etlichen Kindern mangelt es an einem kardinalen Zahlbegriff, was man daran sehen kann, dass sie 8 – 7 nur mit den Fingern rückwärts zählend bewältigen können. Rechenschwache Kinder sind oft Meister des Zählens. In dieser Sackgasse des zählenden Rechnens verbleiben sie nicht selten durch intensives häusliches Üben oder konventionelle Nachhilfe.

Was ich bei den meisten meiner untersuchten Schüler in irgendeiner Form feststelle sind „Verständnisprobleme beim Zehnerübergang“. Offensichtlich sind solche Fälle, bei denen jede Rechnung rein zählend abgearbeitet wird. Weniger klar sind diejenigen Fälle, bei denen die Kinder – oberflächlich betrachtet – korrekt vorgehen: Eine Zehnerstange wird vorschriftsmäßig in zehn Einerwürfel eingetauscht oder an anderer Stelle werden die schriftlichen Rechenverfahren inklusive der „Merk-Einsen“ fehlerfrei reproduziert. Letzteres geht oft mit einer Leistungsverbesserung in der zweiten Hälfte der dritten Klasse einher und der Fehlschluss lautet, jetzt habe es endlich „klick!“ gemacht. Im Verfahren der qualitativen Förderdiagnostik legen die Kinder mit der „Methode des lauten Denkens“ ihre Kopfrechenstrategien offen. Der geschulte Diagnostiker erkennt dann so manches Mal einen rein schematischen Umgang mit Zifferngebilden. Die Schüler haben zwar mechanistisch bestimmte Verfahrensvorschriften eingepaukt, doch Fragen wie „Wie viel fehlt von 63 bis 100?“ oder „Was ist die Hälfte von 70?“ können sie damit nicht beantworten.



Historie und Nutzen

Dezimalzahlen, genauer: natürliche Zahlen in ihrer dezimalen Darstellungsform, sind eine gedankliche Errungenschaft der Menschheitsgeschichte. Bereits die „alten Ägypter“ kannten eine dezimale Notationsform für Anzahlen und verwendeten verschiedene der Anschauung entlehnte Symbole für eins, zehn, hundert usw.



(Quelle: de.nextews.com/e1962c12)

Für 350 notierten sie dreimal das Symbol für hundert und fünfmal dasjenige für zehn.¹ Der historischen Entwicklung kann man entnehmen, dass die dezimale Bündelung eine gedankliche Leistung ist, die für sich zu würdigen und zu erklären ist.

Keineswegs ist sie automatisch an die Darstellung mit Ziffern in einem Stellenwertsystem gebunden. Das uns geläufige Ziffern-Positionssystem ist etwa 1.500 Jahre alt und stammt aus Indien – der Name „arabische“ Zahlen verdankt sich derjenigen Kultur, die es in den Westen brachte.

Dezimalzahlen sind eine praktische, systematische und effektive Art, (auch große) Quantitäten kompakt

1) vgl. Ifrah, G.: Universalgeschichte der Zahlen, Frankfurt/M. (Campus) 1986

zu verschriften. Dafür wird ein überschaubarer Zeichenvorrat genutzt, die Ziffern 0 bis 9, welche wiederkehrend an verschiedenen Positionen eingesetzt werden. Die Ziffern stehen stets für denselben Wert und es wird mit ihnen deshalb stets auf dieselbe Art und Weise verfahren, was sich mit „gerechnet wird immer nur bis zehn“ zusammenfassen lässt. Durch die Position wird dann der Ziffernwert mit dem Stellenwert verknüpft.

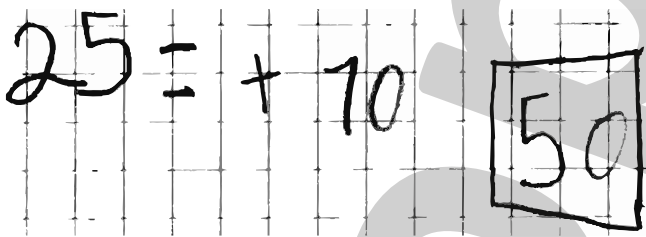
Was macht das Dezimalsystem für manche so schwer begreifbar?

Wenn sich Schüler den Bereich bis zehn inklusive der Addition und der Subtraktion nicht verständlich erarbeitet haben, macht es keinen Sinn, den Bereich zu



(Quelle: www.arbeitskreis-lernforschung.de)

überschreiten und bis hundert zu gehen. Ohne ein basales Zahlverständnis bleibt den Kindern nur die Möglichkeit, ihre Subjektivismen mehr schlecht als recht auf den höheren Bereich zu übertragen.



(Quelle: www.zahlbegriff.de)

Die Logik des Dezimalsystems hat ihre eigenen Tücken. Es stehen im Zahlsymbol aufgereiht Ziffern nebeneinander, was manches Kind zur Aussage verleitet „Die ‚25‘ besteht aus zwei Zahlen [sic!], die Zwei und die Fünf!“ Dieser Schüler kennt einstellige Zahlen und ist der Auffassung, jetzt seien einfach mehrere solche „Zahlen“ nebeneinander zu verarbeiten, die Ziffern im Zahlsymbol sind für ihn gleich-

wertig. Der Nutzen des Dezimalsystems besteht allerdings darin, dass zu den Ziffernwerten über ihre Position die Stellenwertigkeit hinzutritt. Das ist eine spezielle gedankliche Abstraktion, die es erstmal zu begreifen gilt.

I. Das Fundament in der Grundschule

Die Entwicklung des kardinalen Zahlbegriffs beruht auf Wahrnehmungsleistungen und deren kognitiver Verarbeitung. Aufbauend auf einem basalen Mengenbewusstsein müssen Schüler Zahlen über einen Begriff der Anzahl verstehen lernen. Natürliche Zahlen sind die allgemeine Vorstellung von Anzahl, da sie die Anzahl von Objekten in einer Menge bedeuten. Ihnen liegt als Einheit das Einfache, die Eins, zu Grunde. Ihre Gemeinsamkeit besteht im Ausdrücken von Vielfachen der Eins, ihre Besonderheit ist die jeweils bedeutete Anzahl. Salopp kann man das Prinzip des kardinalen Zahlbegriffs mit „alle Zahlen sind Einsen“ ausdrücken, dies weist auf den inkrementellen Zahlaufbau hin: $4 = 1 + 1 + 1 + 1$. Die Einheit eins muss, selbst bei der Zahl null, stets mitgedacht werden. Damit sind Zahlen miteinander vergleichbar, zerlegbar und zusammenbaubar. Dies mündet in das Wissen, dass Zahlen aus Zahlen zusammengesetzt sind: $8 = 5 + 3$. Die verständlich verinnerlichten Zahlzerlegungen sind **das** Fundament für ein zählfreies Rechnen.

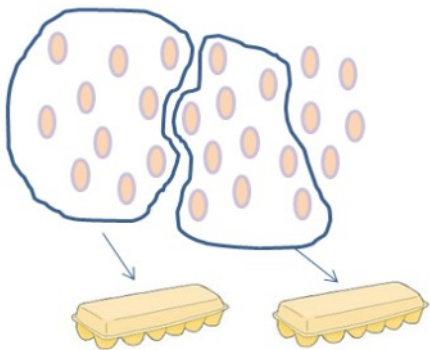
Die neue Einheit Zehner

Das Dezimalsystem führt, aufbauend auf diesem kardinalen Zahlverständnis, eine **neue Einheit** ein. Zehn werden gebündelt zur neuen Einheit **ein Zehner**. Im Dezimalsystem erhält die ursprüngliche implizite Einheit eins den neuen Namen „Einer“. Es werden also **zehn Einer** gebündelt zu einem Zehner.

Ein Einer ist identisch mit der Zahl eins. Ein Zehner hingegen ist **nicht** dasselbe wie zehn Einer, wenn auch gleich viel. Diese Ambivalenz ist das basale Grundprinzip des Dezimalsystems, das es zu erarbeiten gilt. Ein Zehner heißt nicht deshalb „Zehner“, weil er zehn Einer enthält, sondern weil er aus zehn Einern entstanden ist. Veranschaulichen lässt sich

das gut, indem man zehn Einerwürfel neben eine Zehnerstange legt. Links und rechts liegt nun wirklich nicht dasselbe – auf der einen Seite sind es zehn kleine Würfelchen, auf der anderen eine Stange.

Es ist nicht damit getan, einzuüben, dass immer, wenn zehn Einerwürfel auf dem Tisch liegen, diese gegen eine Zehnerstange eingetauscht werden oder umgekehrt, wenn die Einer für die Subtraktion nicht ausreichen, ein Zehner aufgelöst wird.



(Quelle: grundschole-kapiert.de)

Dies kann, wie das Füllen von Eierkartons, zu einer reinen Handlungsvorschrift verkommen, die dann womöglich beim Weglassen des Materials vor dem geistigen Auge weitergeführt wird, ohne dass dem Schüler etwas über die Wertigkeit des Zehners klar geworden ist.

Ziffernwert, Stellenwert und Zahlenwert

Manchen Kindern erscheint der Umgang mit den Ziffern im Zahlensystem als ein Hexenwerk. „Erläuterungen“ wie die folgende höre ich gelegentlich bei der Einführung zweistelliger Zahlen und sie tragen mit Sicherheit dazu bei: „Wandert die ‚2‘ von der Einerstelle auf die Zehnerstelle, meint sie auf einmal eine zwanzig!“ Dies ist keine hilfreiche Aussage, denn hier wird gleich auf den Wert der gesamten Zahl hingewiesen, ohne zu erläutern, **wie** dieser Wert überhaupt zustandekommt. Einem Lernen-



(Quelle: www.manutan.de)

den, der so mit dem Dezimalsystem konfrontiert wird, muss dies vorkommen wie Zauberei. Auch das Hantieren mit Magnetziffern ist für eine Erklärung wenig hilfreich: Auf eine „20“ wird vorbereitend auf die Einerstelle die Ziffer „5“ geheftet. Diese Zahl „25“ wird dann „erklärt“, indem die „5“ beiseite genommen wird und sich darunter, wie durch Zauberhand, die bislang verborgene „20“ offenbart. Mehr als eine begriffslose Vorlesehilfe des Zahlsymbols („fünf“- und -„zwanzig“) stellt so etwas jedoch nicht dar.

Die Ziffer „2“ ändert ihren Wert jedoch nicht, sie hat vielmehr **immer** den Wert zwei. Dies versteht man unter dem **Ziffernwert**. Hinzu tritt der Stellenwert, dieser ergibt sich über die **Position** der Ziffer im Zahlensymbol. Der **Stellenwert** der Zehnerstelle ist zehn, der der Einerstelle ist eins. Steht die Ziffer „2“ auf der Zehnerstelle, meint sie zwei Zehner. Die Zahl 25 kann man aufgesplittet notieren als $25 = 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1$. Es geht nun nicht darum, diese Gleichung mit den Kindern zu besprechen, sondern sie dient uns der Verdeutlichung dessen, was erarbeitet werden muss: Anzahl und Einheit, Ziffernwert und Stellenwert. Die Zahl 25 besteht aus zwei Zehnern und fünf Einern. Der Term $2 \cdot 10$ steht für zwei Zehner, $5 \cdot 1$ für fünf Einer.² In der Gleichung bekommt der Ausdruck $5 \cdot 1$ zusammen mit den Zehnern $2 \cdot 10$ einen zusammenhängenden Sinn: Das „1“ weist auf die Einer hin – in Abgrenzung zu den neu hinzugeetretenen Zehnern, die mit $\cdot 10$ gekennzeichnet werden. Erst wenn der Zahlenwert 25 als separate Bilanzierung von zwei Zehnern und fünf Einern über die Logik von Anzahl Ziffernwert und Einheit Stellenwert als **eine** Zahl gedacht wird, ist ein dekadischer Zahlbegriff ausgebildet.

Veranschaulichung – der gedankliche Weg von der Menge zum Symbol

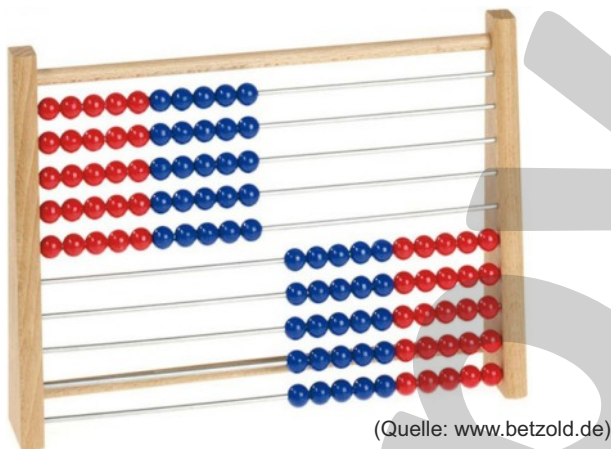
Veranschaulichungsmaterial spricht nie für sich selbst. Im Lerndialog müssen sich Schüler vielmehr über eine angeleitete **reflektierte** Materialhandlung Zusammenhänge über Quantitäten und deren Veränderung erschließen. Im Fall des Zehnersystems ist

2) Betrachtet man den Term $5 = 5 \cdot 1$ isoliert, so verweist er auf den inkrementellen Aufbau der Kardinalzahlen ($5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$), ist also nicht tautologisch.



dies die Logik des Stellenübergangs. Daher ist es elementar, mit den Kindern über den Einheitenwechsel explizit zu sprechen. Es muss am Material erläutert werden, dass und wie beim Bündeln ein Zehner entsteht bzw. aufgelöst wird. Kinder müssen nachvollziehen, dass etwas Neues mit höherer Wertigkeit entsteht, dem ein neuer Name zugewiesen wird. Am Veranschaulichungsmaterial muss sich die neue Einheit daher auch als separates Objekt zeigen.

Nicht gut geeignet ist ein Rechenrahmen (fälschlicherweise gerne auch „Abakus“ genannt), da die Bündelung damit nur implizit gezeigt werden kann,



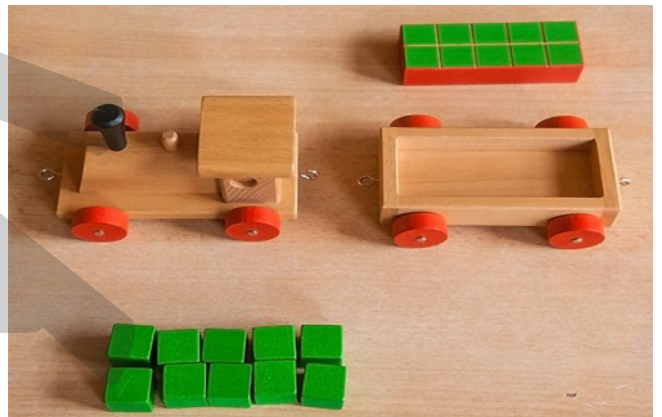
indem man zehn einzelne Perlen nach rechts schiebt – es bleiben jedoch schlichtweg Einer. Zudem ist der Rechenrahmen unpraktisch beim Rechnen bis hundert: Zur Darstellung von $38 + 27$ muss man sich schon ziemlich verrenken und dabei die sinnvollen Schritte des Kopfrechnens verlassen: Erst den Zehner voll machen, dann die Zehner dazu und schließlich die restlichen Einer verarbeiten ist keine anzustrebende Strategie.

Strukturiertes Material, das die Bündelung explizit zeigt, ist wesentlich besser geeignet. Notwendigerweise muss sich die Bündelung in einem Austausch (zehn Einer werden zu einem Zehner) ausdrücken.



(Quelle: www.betzold.de)

Etabliert haben sich dafür die Systemblöcke nach Zoltán Pál Dienes,³ bestehend aus gleichfarbigen Einerwürfeln, Zehnerstangen, Hunderterplatten und dem Tausenderwürfel. Einer Zehnerstange sieht man an ihren Einkerbungen noch an, dass sie aus zehn Einerwürfeln entstanden ist.



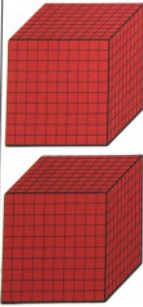
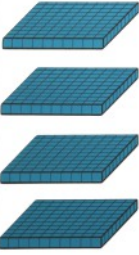
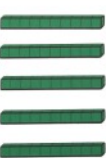
(Quelle: www.best-sabel.de)

Einen Abstraktionsschritt weiter geht der Rechenzug von Reinhard Kutzer.⁴ Zehn grüne Einerwürfel füllen in Form eines Zehnerfeldes einen Wagen. Der Austausch erfolgt gegen einen Zehnerblock. Dieser ist auf der einen Seite ebenfalls grün und weist (ähnlich wie die Dienes-Zehnerstangen) Einerkerbungen auf, um darauf hinzuweisen, wie er entstanden ist. Wird der Zehnerblock umgedreht, verschwinden die Kerben und die Farbe wechselt zudem zu rot. Beides unterstreicht den Einheitenwechsel. Erscheint der Zehnerblock des Kutzer-Rechenzuges, wenn er auf die rote Seite umgedreht wird, als ein Ding, das

3) vgl. Dienes, Z. P.; Golding, E. W.: Menge – Zahl – Potenz, Freiburg (Herder) ³1970

4) vgl. Kutzer, R.; Bagus, G.; Freise, B.; Herzberg, H.; Kutzer, G.; Müller, H.: Mathematik entdecken und verstehen (Schülerband 2), Frankfurt/M. (Diesterweg) ²1995 sowie Kutzer, R.; Bagus, G.; Kutzer, G.; Müller, H.: Mathematik entdecken und verstehen (Lehrerband 2), Frankfurt/M. (Diesterweg) 1985

einen Zehner repräsentiert, entspricht seine Größe noch der von **zehn** Einerwürfeln – beides füllt einen Zehnerwagen genau aus. Vor der Einführung der Dezimalzahlsymbole bietet sich daher ein weiterer Abstraktionsschritt an: In Anlehnung an Kutzers Farbgebung kann man grüne und rote Plättchen mit der Wertigkeit Einer und Zehner verknüpfen. Die Plättchen für Einer und Zehner haben die gleiche Größe, ihre bedeutete Wertigkeit wird nurmehr durch ihre Farbe ausgedrückt. Dies ist in seiner Logik der eingangs erwähnten ägyptischen Zahldarstellung verwandt. Eine praktische Anwendung kann dies bei Würfelspielen finden, um den Überblick zu behalten, wie viele Punkte man bereits erzielt hat.

T	H	Z	E
			
2	4	5	7

(Quelle: www.spielundlernen.de)

Möchte man auf dem Weg hin zum Ziffern-Positionssystem bereits auf die Positionen der Einer- und Zehnerziffern im Zahlsymbol hinweisen, so kann man diese Plättchen oder auch die Systemblöcke in ein Stellenwertregal mit beschrifteten Fächern für Hunderter, Zehner und Einer einlegen oder sich ein solches auf Papier zeichnen. Es sind zudem magnetische Versionen des Materials im Handel erhältlich.

Wechsel zwischen Veranschaulichung, Zahlwort und Zahlsymbol

Bei der Darstellung von Zahlen haben wir es neben der Veranschaulichung mit Zahlworten und Zahlsymbolen zu tun. Zwischen diesen drei Ebenen müssen Schüler flexibel hin und her wechseln können.

Leider geben sich Schulwerke nicht immer große Mühe, dies sauber einzuführen bzw. systematisch zu bewältigen.

Rechenschwache Kinder verschriften zweistellige Zahlen oft lautgetreu, d. h. sie bringen zunächst den zuerst gehörten Eineranteil („fünf...“) als Ziffer zu Papier und im Anschluss den danach vernommenen Zehneranteil („...und zwanzig“). Vollziehen Schüler dies strikt in lateinischer Schreibrichtung, landet das falsche Zahlsymbol auf dem Papier: „fünfundzwanzig“ wird zu „52“. Um diesen Fehler zu vermeiden, greifen Lernende – womöglich angeregt durch häusliches Üben – oft zu einer Kompensationsstrategie: Die Einerziffer kommt nach wie vor als erstes zu Papier, doch die Zehnerziffer landet asynchron zur lateinischen Schreibrichtung links daneben – etwas Platz wurde dafür gelassen. Dies zeigt, dass eine korrekte Verschriftung nicht unbedingt mit einem Dezimalzahlverständnis einher gehen muss.

Diesem „Problem“ widmet sich allen Ernstes ein Verein, der für die Änderung der deutschen Sprache plädiert.⁵ Man solle künftig – wie im angelsächsischen Sprachraum – „zwanzigeins“ statt „einundzwanzig“ sagen. Eine Hilfe wäre dies allerdings nur dafür, dass rechenschwache Kinder schneller das richtige Zahlsymbol zu Papier bringen – ihr Unverständnis des Zahlensystems bliebe damit aber konserviert.

Zusatzerläuterung (Wolfgang Hoffmann)

Wäre tatsächlich die Sprechweise das Problem, müssten beispielsweise französische Kinder (gibt es auch in Dänemark und überall dort, wo Kelten einmal über längere Zeit Einfluss auf die ortsansässige Sprache hatten) an ihren Zahlnamen schier verzweifeln. Zur Erinnerung: Die Zahl achtundneunzig heißt auf Französisch:

quatrevingtdixhuit

Falls es dem ein oder anderen nicht mehr geläufig sein sollte, nachfolgend die wortgetreue Übersetzung dieses sprachlichen „Kunstwerks“:

5) Zwanzigeins e. V., im Internet zu finden unter <https://zwanzigeins.jetzt>

quatre	vingt	dix	huit
↓	↓	↓	↓
vier	zwanzig	zehn	acht
↓	↓	↓	↓
4	20	10	8

Jeder halbwegs geschulte Mathematiker erkennt sofort, dass es sich hier anscheinend um eine Rechenaufgabe handelt:

$$4 \cdot 20 + 10 + 8 = 98$$

Stimmt die Analyse, dass es die deutsche Sprache ist, die Probleme im Stellenwertsystem verursacht, fragt sich, warum französische Kinder nicht bereits beim Erlernen des Zählens das Handtuch werfen, spätestens aber dann, wenn sie die Zahlen auf symbolischer Ebene notieren sollen. Da erscheinen Zahlendreher bei deutschen Kindern als deutlich kleineres Übel - wenn diese Theorie denn stimmt. Wie ein nicht beherrschbarer Virus würde die Dyskalkulie über ganz Frankreich herfallen.

Kein französisches Kind rechnet beim Zählen! Sie verstehen die Zahl 98 genauso wie alle anderen Kinder als 9 Zehner und 8 Einer - wenn sie denn das Dezimalsystem durchdrungen haben.

Einer ähnlichen Logik folgen heute etliche Schulbücher, wenn Abbildungen von strukturiertem Material mit dem Zahlsymbol versehen werden sollen.

1. Setze richtig ein.

Z	E	
1	3	
13		

Z	E	

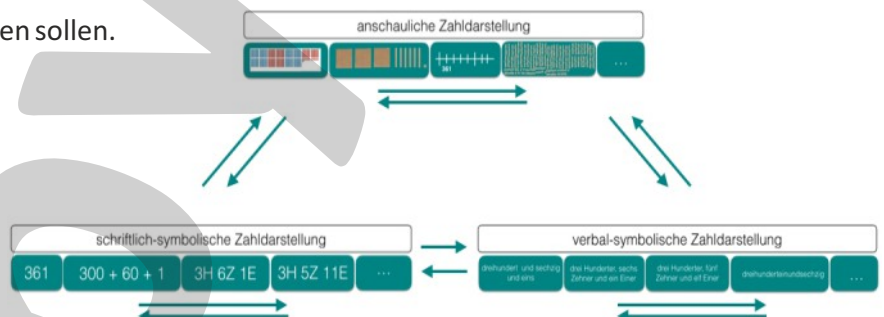
Z	E	

(Quelle: www.finken.de)

Die Zehnerstangen liegen stets auf der linken Seite, die Einermenge ist rechts daneben zu sehen, so dass ein Schüler mit etwas Übung auch ohne Zehnerverständnis die richtigen Zahlsymbole in den darunter vorgegebenen Kästchen notieren kann. Dies sind Aufgaben, die einen puren Schematismus einüben, wenn der Gedanke der Wertigkeiten nicht verständlich installiert wurde.

Wie ist nun der Ebenenwechsel stattdessen sinnvoll zu bewältigen? Den obigen Beispielen ist gemein,

dass stets auf einen **unmittelbaren** Wechsel von einer Ebene zur nächsten abgezielt wird, bei der Verunsicherung vom Wort zum Symbol, bei den Arbeitsblättern von der Menge zum Symbol. Und genau da liegt das Problem. Was fehlt, ist der nötige Zwischenschritt über das **Zahlverständnis**. Egal, bei welcher Darstellungsform wir beginnen – Mengendarstellung, Zahlwort oder Zahlsymbol – zunächst muss eine geistige Sortierung der bedeuteten Anzahl erfolgen. Dies ist eine logische Einordnung und keine räumliche. Diese Vorstellung kennt kein „links“ oder „rechts“, sondern besteht in der Bilanzierung „wie viel von was?“, also wie viele von den Einern und wie viele von den Zehnern. Erst wenn diese Bilanzierung gedanklich gelingt, kann der saubere Wechsel auf die Zielebene erfolgen. Hierfür muss man wissen, wie die Zahlwörter aufgebaut sind (man spricht den Eineranteil zuerst) und wie die Zahlsymbole verschriftet werden (die höherwertigere Ziffer – also der Zehner – wird zuerst geschrieben). Beim Material spielt die Anordnung keine Rolle – allenfalls sollte Gleiches bei Gleichem liegen, also jeweils die Einerwürfel und die Zehnerstangen zusammen.

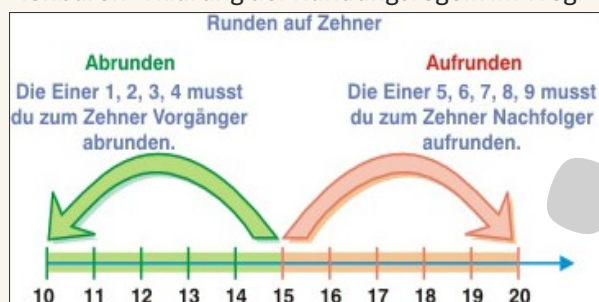


(Quelle: www.pikas-mi.dzlm.de/download/file/file/3536)

Dies gilt natürlich genauso umgekehrt, wenn der Ausgangspunkt die Mengendarstellung ist: Die Einer können links vom Zehner ebenso liegen wie rechts oder auch darüber. Haben die Kinder bereits genügend Englisch in der Schule gelernt, kann man durchaus einen Ausflug zu den englischen Zahlwörtern machen. Nicht, um die Schüler zu verwirren, sondern um das Nachdenken über das „wie viel von was?“ anzuregen, die starre Links-/Rechts- (bzw. Vorher-/Nachher-) Zuweisung aufzubrechen und so eine stabile stellenübergreifende Zahlvorstellung auszubilden.

Exkurs: Runden

Zum Dezimalzahlverständnis gehören Nachbarschafts- und Lagebeziehungen. Kinder müssen in der Lage sein, durch Runden die ungefähre Größe einer Zahl angeben zu können. Zu den bisher bekannten Vergleichssymbolen $<$, $>$ und $=$ tritt ein viertes Symbol hinzu: $27 \approx 30$, in Worten: „siebenundzwanzig ist ungefähr gleich viel wie dreißig“. Wird die Thematik Runden nur über die Anwendung der Rundungsregeln besprochen, erscheint es Kindern als zusätzlich zu bewältigende Aufgabe, manche begreifen Runden gar als eine neue Rechenart. Die Vorschrift „Ab fünf wird aufgerundet!“ steht als inhaltsleere Merkmregel einer nachvollziehbaren Erklärung der Rundungsregeln im Weg.



(Quelle: www.kleineschule.com.de)

Stattdessen sollte über den Abstand der Zahlen gesprochen werden. Es wird der nächstgelegene Zehner gesucht, was sich am Zahlenstrahl veranschaulichen lässt. Um 47 zu runden, steht am Anfang die Aussage „47 liegt zwischen 40 und 50“. Danach wird über den Abstand zu den beiden Nachbarzehnern gesprochen, diese werden verglichen und der nächstgelegene Zehner bestimmt.

Ein Sonderfall sind die Zahlen in der Mitte. Zu 35 lässt sich kein eindeutig nächstgelegener Zehner bestimmen, da beide Nachbarn gleich weit entfernt sind, jeweils fünf. An dieser Stelle benötigen wir eine Regel, die sich nicht aus der Arithmetik ableiten lässt. Bei uns ist es üblich, bei Zahlen, die in der Mitte liegen, stets auf den nächstgrößeren Zehner zu runden. Eine mathematische Notwendigkeit dafür gibt es nicht – es ist sogar ungünstig: Denn wenn mit auf solche Art gerundeten Zahlen weiter gerechnet wird, verfälscht sich das Ergebnis immer mehr in die größere Richtung.

Ein anderer Sonderfall betrifft „glatte Zehner“. Ich kenne Schüler, die z. B. bei 40 mit der Merkmregel „Bis ‚4‘ rundet man ab!“ auf die Einerziffer „0“ blicken und dann auf 30 „abrunden“. Andere Kinder sagen, 40 könne man gar nicht runden, weil es ja schon ein Zehner sei. Beiden ist die (falsche) Vorstellung gemein, eine Zahl müsse beim Runden stets verändert werden. Stattdessen sollte man auch hier nach dem nächstgelegenen Zehner fragen. Die Antwort lautet: Es ist er selbst, der Abstand ist null.

Sinnvolle Bewältigung des Zehnerübergangs

Eine dekadische Zahlvorstellung muss, wie eben dargelegt, ausgebildet sein, bevor man mit diesen Zahlen rechnet. Ein in manchen Schulbüchern gewählter didaktischer Ansatz ist, Kinder das Rechnen über den Zehner „selbst entdecken“ zu lassen verbunden mit der Aufforderung „Rechne auf deinem Weg!“.

Wähle deinen Rechenweg.

- | | |
|---------------|---------------|
| ① $56 + 28 =$ | ④ $53 + 12 =$ |
| ② $12 + 27 =$ | ⑤ $13 + 35 =$ |
| ③ $47 + 23 =$ | ⑥ $45 + 24 =$ |

(Quelle: Keller/Pfaff: Das Mathebuch 2)

Aus lerntherapeutischer Sicht ist dies katastrophal. Denn ungeachtet der arithmetisch-rechnerischen Entwicklung des Kindes stehen damit alle Möglichkeiten, den Zehner zu überschreiten, gleichwertig und gleichgültig nebeneinander.⁶

Die Aufgabe der Lehrperson muss es jedoch sein, die „Wege“ der Kinder zu analysieren und danach zu bewerten, ob und inwiefern sich darin Kenntnisse über die Bündelungsstruktur der dezimalen Darstellungsform widerspiegeln, und ihnen ggf. helfen, diese zu erlangen. Als stabile, der Logik des Zahlsystems entsprechende und umkehrbare Vorgehensweise bietet sich das klassische Teilschrittverfahren an:

$$7 + 8 = 7 + (3 + 5) = (7 + 3) + 5 = 10 + 5 = 15$$

Hier wird die Bündelung, also der Stellenübergang, explizit vollzogen. Die Zahlzerlegungen aller Zahlen bis zehn müssen vorab verständlich erarbeitet und automatisiert abrufbar sein. Andere Wege über den Zehner, wie das Nutzen von Verdopplungen

$$7 + 8 = 7 + 7 + 1$$

mögen arithmetisch zwar korrekt sein, sind aber aus dem Blickwinkel der dekadischen Logik eine Umge-

6) Nimmt man „Rechne auf deinem Weg!“ ernst, so müsste streng genommen auch das Zählen als „Weg“ zugelassen werden – doch dass zählendes Rechnen keine anzustrebende Vorgehensweise ist, hat sich auch unter Schulbuchautoren schon herumgesprochen.

hung des expliziten Stellenübergangs – diesen dürfen wir den Kindern nicht ersparen, sondern müssen ihn ermöglichen.

Die Vorgehensweise, eine Zahl in ihre Ziffern zu zerlegen und diese separat zu verrechnen, wird häufig toleriert (wenn nicht sogar gefördert), um schnell richtige Ergebnisse zu erzielen. Aus didaktischer Sicht ist dies nicht empfehlenswert. Neben der Tatsache, dass die Kinder beim Stellenübergang, spätestens bei der Subtraktion, erhebliche Probleme bekommen, sollte man sich vorlegen, dass ein stellenwertübergreifendes Verständnis zweistelliger Zahlen die Basis des Kopfrechnens sein muss – ob mit oder ohne Stellenübergang. Auch bei $34 - 21$ ist der anzustrebende erste Rechenschritt $34 - 20$ und nicht $30 - 20$, wie im folgenden ausgeführt wird.

Komplexitätsstufen beim Rechnen bis hundert

In didaktischen Werken wird in der Regel lediglich unterschieden zwischen Rechnen mit und ohne Zehnerübergang. Diese rein formelle Unterscheidung wird den Anforderungen des Begreifens des Zahlbereiches bis hundert nicht gerecht. Im folgenden werden stattdessen sieben Komplexitätsstufen dargestellt, die verstanden sein müssen, um sicher im Kopfrechnen zu werden. Es handelt sich um eine logische Übersicht und sollte nicht als chronologische Übungsanleitung verstanden werden.

- An erster Stelle stehen Einer-/Zehner-Zusammenfügungen und -Trennungen der Art $20 + 4$, $3 + 70$, $64 - 4$ und $53 - 50$. Diese Aufgaben erfordern noch kein Verändern von Ziffernwerten, sondern beziehen sich auf den dekadischen Zahlaufbau. Erst wenn sie gelingen, macht es Sinn, im Anschluss auch Rechnungen mit Veränderungen durchzuführen.
- Rechnungen sollten zunächst **eine** Veränderung bewirken, exemplarisch sind $26 + 3$, $4 + 42$, $54 + 30$, $50 + 14$, $84 - 2$ und $76 - 50$. Wichtig ist der Blick darauf, an welcher Stelle sich etwas verändert. Die Operanden dürfen dabei nicht in ihre

Ziffernwerte zerlegt werden.

- Der nächste Schritt besteht im Vollzug von **zwei** Veränderungen, wie in den Beispielen $34 + 25$ und $65 - 13$. Hier wird ein Plan nötig in der Form „Was mache ich zuerst?“. Es bietet sich auf Grund der lateinischen Schreibrichtung und im Kontrast zu den schriftlichen Verfahren an, mit den Zehnern des zweiten Operanden zu beginnen. Es müssen – wie bei allen folgenden Stufen – die Fragen gestellt und beantwortet werden „Was habe ich schon getan?“ und „Was muss ich noch tun?“. Wie bereits angemerkt, soll von Anfang an auf einen stellenwertübergreifenden Umgang mit den Zahlen abgezielt und nicht stellenseparierend vorgegangen werden. Die Rechenschritte der beiden Beispielaufgaben lauten damit $34 + 20$ und $54 + 5$ bzw. $65 - 10$ und $55 - 3$.
- Der eigentliche Zehnerübergang wird vorbereitet durch das Zehner-Auffüllen und das Zehner-Anbrechen, wie in den Aufgaben $60 - 4$ und $74 + 6$ erforderlich. Hier wird das Bündeln bzw. Entbündeln als separater Schritt herausgelöst.
- Danach wird der Zehnerübergang in zwei Schritten bis zwanzig besprochen, wie es in den Rechnungen $7 + 8$ und $13 - 6$ gefordert ist.
- Als nächstes wird das Rechnen mit einstelligem zweiten Operanden auf die Zahlen bis hundert ausgedehnt, wie es Aufgaben wie $36 + 9$ und $43 - 8$ erfordern.
- Schließlich werden Rechnungen der Art $54 + 27$ und $82 - 36$ besprochen, in der die einzelnen Bearbeitungsschritte der vorherigen Stufen nacheinander angewandt werden müssen.

8	1	-	7	9	=	1	8
---	---	---	---	---	---	---	---

Der Klassiker: Rechnen nach getrennten Stellenwerten!

Auf die solide Erarbeitung des Rechnens im Zahlbereich bis hundert muss in der zweiten Klasse großer Wert gelegt werden. Dies liefert die Grundlage für die Fortsetzung des Bündelungsprinzips auf höherwertigere Stellen in der dritten Klasse. Unser Zahlensystem kennt nicht nur einen Stellenübergang von zehn Einern zu einem Zehner, sondern es ergibt sich ein sukzessiver Fortgang. Immer zehn einer Stelle werden gebündelt zu einer Einheit der nächst höherwertigen Stelle. Hundert ist nicht die größte Zahl, die es gibt, sondern man kann es, wenn eine größere Zahl benötigt wird, im Prinzip immer weiter fortsetzen. Somit gibt es keine größte Zahl.

Meta-Einheiten

Es reicht nicht, herauszuarbeiten, dass sich das Bündelungsprinzip fortsetzt, denn dann werden Zahlen mit mehr als drei Stellen schnell unübersichtlich: 739261054 ist eine schlecht handhabbare lange Ziffernkette. Statt nun bei den höherwertigen Einheiten einfach weiterzumachen („Tausender, Zehntausender, Hunderttausender...“), kommt der Einheit Tausender eine besondere Rolle zu. Ab tausend wird von den Vielfachen der Tausender gesprochen: Einer, Zehner und Hunderter **von den Tausendern**. Der Tausender schlüpft damit in die Rolle einer **übergeordneten Einheit**. Fortgesetzt wird dies dann mit Einern, Zehnern und Hundertern von der Million etc. Immer drei Stellen werden gruppiert, in diesen gilt die Hierarchie „Einer, Zehner, Hunderter“ von den Meta-Einheiten Tausender, Millionen, Milliarden usw. Im Zahlsymbol wird dies gekennzeichnet entweder durch einen strukturierenden Punkt nach jeweils drei Ziffern oder durch eine Lücke: 123.456.789 bzw. 123 456 789. Schüler notieren in der Grundschule auf Karo-Papier, damit sind Punkte einfacher zu verschriften – doch auch eine Lücke ist mit etwas Mühe zu bewerkstelligen. Verzichten sollte man auf die Gruppierung jedenfalls nicht.⁷ Eine sinnvolle Stellenwerttafel unter Berücksichtigung der Metaeinheiten sieht folgendermaßen aus:

·10 ⁶ Millionen			·10 ³ Tausender			·10 ⁰ Einer		
H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Der niederwertigste Dreierblock erhält konsequenterweise auch eine Meta-Einheit, dies ist der Einer. „Einer“ ist zwar kein Bestandteil des Zahlnamens, doch soll diese Tabelle keine schematische Vorlesehilfe sein, sondern das Prinzip der übergeordneten Einheiten abbilden – ein Dreierblock ohne eine übergeordnete Einheit macht für die Erklärung keinen Sinn, daher werden die Einer als Metaeinheit ergänzt.

Dimensionierte Größen

und

II. Erweiterungen in der Sekundarstufe

Diese Abschnitte finden Sie in Kopf und Zahl Nr. 32.

32 Kopf und Zahl
JOURNAL
des Vereins für Lerntherapie und Dyskalkulie e.V.
in Zusammenarbeit mit den Mathematischen Instituten
zur Behandlung der Rechenschwäche
32. AUSGABE, Frühjahr 2020
www.dyskalkulie.de

Das Dezimalsystem
Dr. Michael Weiermann,
Institut für Mathematisches
Lernen Braunschweig

Probleme über Probleme
An unserem Institut treffe ich seit Jahren auf Lernende mit Mathematikproblemen unterschiedlichster Couleur. Die Verständnisschwierigkeiten reichen manchmal bis in den vorschulischen Bereich zurück. Bildlich Kindern mangelt es an einem kardinalen Zahlbegriff, was man daran sehen kann, dass sie 8 + 7 nur mit den Fingern rückwärts zählend bewältigen können. Rechenschwache Kinder sind oft Meister des Zählens. In dieser Sackgasse des zählenden Rechnens verbleiben sie nicht selten durch intensives häusliches Üben oder konventionelle Nachhilfe.

Was ich bei den meisten meiner untersuchten Schüler in irgendeiner Form feststelle sind „Verständnisprobleme beim Zehnerübergang“. Offensichtlich sind solche Fälle, bei denen jede Rechnung rein zählend abgearbeitet wird. Weniger klar sind diejenigen Fälle, bei denen die Kinder – oberflächlich betrachtet – korrekt vorgehen: Eine Zehnerstange wird vorschriftsmäßig in zehn Einerwürfel eingetauscht oder an anderer Stelle werden die schriftlichen Rechenverfahren inklusive der „Merk-Einsen“ fehlerfrei reproduziert. Letzteres geht oft mit einer Leistungsverbesserung in der zweiten Hälfte der dritten Klasse einher und der Fehlschluss lautet, jetzt habe es endlich „klick!“ gemacht. Im Verfahren der qualitativen Förderdiagnostik legen die Kinder mit der „Methode des lauten Denkens“ ihre Kopfrechenstrategien offen. Der geschulte Diagnostiker erkennt dann so manches Mal einen rein schematischen Umgang mit Zifferngebilden. Die Schüler haben zwar mechanistisch bestimmte Verfahrensvorschriften eingepaukt, doch

Fragen wie „Wie viel fehlt von 63 bis 100?“ oder „Was ist die Hälfte von 70?“ können sie damit nicht beantworten.

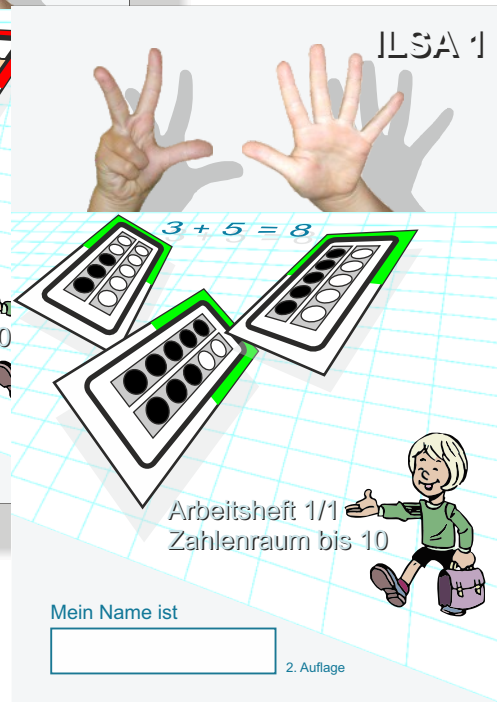
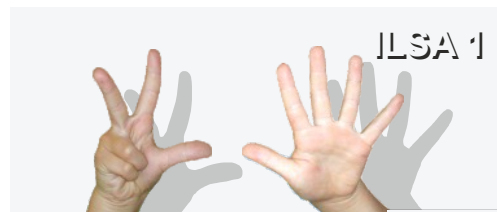
Historie und Nutzen
Dezimalszahlen, genauer: natürliche Zahlen in ihrer dezimalen Darstellungsform, sind eine gedankliche Errungenschaft der Menschheitsgeschichte. Bereits die „alten Ägypter“ kannten eine dezimale Notationsform für Anzahlen und verwendeten verschiedene der Anschauung entlehnte Symbole für eins, zehn, hundert usw. Für 350 notierten sie dreimal das Symbol für hundert und fünfmal dasjenige für

Quelle: de.istex.com/e1962u12

Inhalt
Das Dezimalsystem 1
„3 mal 2 das ergibt 5“ 9
Impressum 12

7) Das Argument gegen die Verwendung des Punktes, im englischen Sprachraum trenne man Meta-Einheiten anders, ist damit zu entkräften, dass wir uns ja gerade im *deutschen* Sprachraum befinden. Der Wechsel der Sprache erfordert Übersetzungsleistungen: Will man sich englisch ausdrücken, muss man neben den Namen der Zahlen und Rechenoperationen eben auch die Notation der Zahlsymbole übersetzen.

In dieser Reihe auch erschienen:





ILSA Lernentwicklung

ILSA SWS